Math. P.
219xd

Math. P. 219 xd

Hindelang. F. J.,

Die Behandlung des Rechnungsunterrichts

oder:

Anweisung über den Gebrauch der Denk- und Zifferrechnungsbeispiele

von

F. J. Hindelang und Ph. Fäustle.

Kempten,

Druck und Verlag der Jos. Kösel'schen Buchhandlung.

1839.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

V o r w o r t.

Schüchtern übergaben wir unsere, den Kindern in den deutschen Werk- und Feiertags-Schulen zugeeigneten Handbüchlein des Rechnens dem Drucke, da wir die Schwierigkeit der übernommenen Aufgabe wohl erkannten; allein das wesentliche Bedürfniß eines derartigen Uebungs- und Aufgabenbuches war so empfindlich, daß es mit uns viele Lehrer fühlten. Dies ermuthigte uns, dem Mangel durch die Herausgabe der Denk- und Zifferrechnungsbeispiele abzuhelfen, und in wie ferne wir die Büchlein dem Zwecke entsprechend anfertigten, mag die Zukunft lehren. Was uns für jetzt schon Trost und Freude gewährt, ist der Anklang, den die Büchlein in vielen *bessern* Schulen finden, und gefunden haben, denn nicht in *einer* Schule, wo sie das Bürgerrecht erhielten, wurden sie wieder verstoßen. Daß aber, im Allgemeinen gesagt, nicht auch schwächere Lehrer davon Gebrauch machten, wollten mehrere Ttl. Hrn. Schulvorstände und erfahrne Schulmänner darin begründet finden, weil den Exempelbüchlein eine Anweisung zum richtigen Gebrauche mangle. Für diese, und auch für neuangehende Schulmänner, wurde nun die gegenwärtige kurze und einfache Anleitung dargestellt.

Was wir durch fleißige Lektüre und mehrjährige Erfahrung zum Rechnungsunterrichte Vortheilhaftes uns aneigneten, ist einleuchtend dargestellt und wird Manchen nützlich werden, wenn sie diese Grundsätze benützen und mit ihren Erfahrungen be-

reichern. Daß wir viele nützliche Vortheile und Kunstgriffe erfahrner Pädagogen nicht aufnahmen, geschah darum, weil dieselben nicht selten für öffentliche Schulen, ihrer Weitläufigkeit wegen, nicht taugen. Wir behielten lediglich die öffentlichen deutschen Schulen im Auge, und betrachteten ihre Verhältnisse in Hinsicht auf Zeit, Ort und Fortschritt so, wie sie sind, und nicht wie sie sein sollen, und nahmen deßhalb nur das Nothwendige auf, und überlassen den Lehrern selbst die Erweiterung, wenn sie glauben, auf dem angegebenen Wege das Ziel nicht erreichen zu können.

Manche ältere Lehrer, die durch vieljährige Gewohnheit an ihrer Behandlungsweise des Rechnungsunterrichtes hängen, sowie manche jüngere, die das Rechnen bisher in der Idee gelehrt haben, werden zu viel und zu wenig, zu Neues und zu Altes in dem Lehrgange befinden; aber was wird nicht getadelt? Was besteht auf Erden, das nicht einer Vervollkommnung fähig wäre? Darum getrösten wir uns, wenn nur Einige Rath und Hilfe finden, und räumen gerne jenen das Feld, welche auf einem andern Wege leichter, sicherer, gründlicher und schneller zum Ziele gelangen.

Erlangen wir das Bewußtsein, auch nur Einigen unserer verehrten Mitarbeitern sammt ihren Kindern Erleichterung und Gründlichkeit beim Rechnungs-Unterrichte durch unsere geringe Arbeit verschafft zu haben, so fühlen wir uns für alle Mühe hinreichend belohnt und entschädiget.

Die Verfasser.

1. Bändchen.

Rechnen in reinen und gleichnamigen Zahlen.

Das Rechnen muß, wie Zerenner sagt, so gelehrt und betrieben werden, daß, indem das Kind zu einer großen Fertigkeit im Rechnen kommt, zugleich seine Selbstkraft in Anspruch genommen, geweckt, geübt und gebildet wird. Darum müssen nun zuerst die Kinder unter der Leitung des Lehrers das Zahlensystem selbst finden, aus der Einheit, als dem allgemeinen Elemente, alle Zahlen bilden lernen, welches durch Hinzufügung einer neuen Einheit zu der einfachen, oder zu der kollektiven Zahl geschieht.

Die mehrsten Kinder, welche anfangen die Schule zu besuchen, können wenigstens bis 10, andere noch weiter zählen. Dadurch lasse sich aber der Lehrer nicht verführen, die Vorübungen zum Rechnen zu übergehen, da dieses Zählen nur mechanisch ist und nicht mit Bewußtsein geschieht. Dieses, und die mit schwachen Anlagen begabten Schüler machen die Vorübungen unumgänglich nothwendig.

Zuerst leite der Lehrer seine neuen Ankömmlinge auf den Begriff der Einheit. Dies geschieht durch Fragen, wie etwa folgende sind:

Nennet Dinge, die ihr in unserm Schulzimmer sehet! — Welche von diesen Dingen sehet ihr nur einmal, welche öfter? Was ist an eurem Kopfe nur einmal vorhanden, was öfter? Was hat ein Pferd, ein Wagen, ein Haus rc. nur einmal. Welche Theile finden sich an einem Hause öfter vor?

Nun muß das Kind Zahlen (kollektive Einheiten) aus der alsoluten Einheit bilden. Es ist gleichgültig, welcher Anschauungsmittel sich der Lehrer hier bedient; jedes führt zu dem gewünschten Ziele, wenn die Uebungen nur zweckmäßig angestellt werden. Wir wollen hier die Finger wählen, die entweder vom Lehrer, was Anfangs besser ist, oder von den Schülern emporgehalten werden, wie dies nach dem Fortschreiten der Uebung vom Lehrer befohlen oder vorgemacht wird. Der Lehrer hält z. B. einen Finger empor und fragt: Wie viele Finger sind dies? Noch einen Finger emporhaltend, frägt er weiter: Wie viel sind dies Finger? Es kann sein, daß einige der bessern Schüler antworten, zwei Finger. Doch dies ist hier noch nicht am rechten Orte; vielmehr werde darauf gearbeitet, daß die Antwort ausfalle: Ein Finger und noch ein Finger. So kommt auf die Frage des Lehrers (drei Finger emporhaltend) die Antwort: Ein Finger, ein Finger und ein Finger. So wird fortgefahren bis zehn, wobei, wie schon bemerkt wurde, darauf zu sehen ist, daß nicht der Namen der Zahl, sondern die Menge der Einheiten von den Schülern genannt wird. Die nämliche Uebung kann auch noch mit Strichen oder Punkten ꝛc. vorgenommen werden.

Ist dieses geschehen, so folgt erst das Zusammenfassen der erkannten Einheiten unter den Namen der Zahl. Der Lehrer läßt einen Finger und noch einen Finger emporhalten und macht aufmerksam, daß man einen Finger und noch einen Finger zwei Finger heiße. Dies wird fortgesetzt bis zehn. Das Nämliche kann zur bessern Uebung noch mit Strichen vorgenommen werden, wobei es sehr zweckdienlich ist, die Kinder so viele Striche auf die Tafel machen zu lassen, als Einheiten die angegebene Zahl enthält. Nun läßt der Lehrer ohne Striche und ohne alle Versinnlichungsmittel

vor- und rückwärts zählen und übt dies gut, an welches er dann die Fragen anreiht: Was folgt auf 1 — 2 — 3 ꝛc.? Was kommt vor 3, vor 4, vor 8 ꝛc.? Nun: Zählet vorwärts von 6 bis 10, von 2 bis 7 ꝛc.! Zählet rückwärts von 10 bis 5, von 6 bis 1 ꝛc.! Was liegt zwischen 3 und 5, zwischen 6 und 8, zwischen 4 und 6 ꝛc.?

Diese Uebungen müssen so lange fortgesetzt werden, bis die Kinder klare Einsicht erlangt haben.

Haben dann die Schüler eine Sicherheit im Zählen errungen, so nehme der Lehrer wieder zu sinnlichen Mitteln seine Zuflucht, und übe das Zerfällen der Zahlen unter Zehn, jedoch ohne daß er sage, wie man diese Manipulation heiße, an selben ganz fertig ein. Das beßte Versinnlichungsmittel bei diesem Geschäfte sind Federn, weil sie sich, ihrer Elastizität wegen, leicht biegen lassen, wenn sie auch der Lehrer in der Hand behält. Wir wollen hier einige Beispiele anführen, wie diese höchst wichtige Uebung vorzunehmen sein dürfte:

(Der Lehrer zeigt 1 Feder) Wie viel Federn sind dies? (Er nimmt auch eine in die andere Hand) Wie viel sind dies? Wie viele sind es, wenn ich sie zusammen bringe? Also wie viele Federn? Wie habe ich es gemacht, daß ich zwei bekommen habe? (Der Lehrer hilft, daß sie sagen: Sie haben zuerst eine Feder genommen, und dann noch eine, dann sind es zwei geworden.) Was gibt mir also zwei? Zeigt einen Finger! Was müßt ihr dazu thun, daß es zwei werden. Aus welchen kleinern Zahlen besteht also zwei? ꝛc. Wie viele Federn sind dies? (eine zeigend) Wie viele sind dies? (wieder eine) und dies? (noch eine) Sind es jetzt auch noch eins, eins, eins? (Der Lehrer nimmt 2 und 1) Wie habe ich die Federn jetzt? Wie viele habe ich jetzt? (die dritte dazu legend) Sagt mir, auf

zweimal, was gibt drei? (Der Lehrer zeigt die Drei getheilt in 1 und 2, diesmal, daß 1 den Kindern näher ist.) Was gibt aber noch drei? (Nun hält er ihnen zuerst 2 und dann 1 vor.) Wer kann mir nun die drei Federn auf zweimal zählen? Was gibt aber noch drei? (Jedes Kind muß die drei Federn zweimal anders zusammen zählen.) —

Wie viele Federn habe ich? (Kinder zählen sie, und sagen: 4) Das Zählen, wenn man so jedesmal 1 nimmt, dauert lange; wer kann die 4 auf zweimal zählen? Wer kann mit 1, mit 2, mit 3 anfangen? Was gibt also 4? (Der Lehrer zeigt 1 + 3, 2 + 2, 3 + 1.) Nun zähle mir jedes die 4 auf zweimal, so oft es sein kann; (es muß aber jedesmal sagen: eins und drei sind vier. u. s. w.) Wie viel habe ich da Federn? (Der Lehrer verbirgt hinter sich 1 oder 2 Federn) Wie viele habe ich jetzt noch? Wie viele hatte ich vorher? Wie viele habe ich wohl in der andern Hand, die ich auf meinem Rücken habe? Aber, wie ist das möglich, daß ihr das wisset, ihr habt es doch nicht gesehen! — — ꝛc.

Auf diese Art verfahre der Lehrer mit allen Zahlen von 2 — 10, und suche zugleich, bei den Kindern Freude zu erwecken, was um so leichter gelingt, wenn öfter solche Versuche angestellt werden, wie oben bei 4.

Nach diesen Uebungen beginnen verschiedene Operationen mit den einfachen Zahlen, um die Kinder recht gewandt zum fernern Unterrichte zu machen, jedoch muß bemerkt werden, bis jetzt noch immer an sinnlichen Gegenständen, etwa Federn, wie wir es oben bemerkten, oder Ringen ꝛc. Solche Uebungen sind: Hier habe ich 6 Federn; wer kann sie auf zweimal zählen? Wer kann diese Federn auf 3 mal zählen? Saget dies mir alle, wie dieser sagte. Z. B. 2 + 3 = 5 + 1 = 9. Wer kann sie anders auf 3 mal zählen? Saget dies

alle! Wer kann 8 Federn auf 4 mal zählen? Wer noch anders? Saget dies alle nach! ꝛc.

Hier habe ich wie viele Federn? Wer kann diese 10 Federn zählen, und jedesmal 2 nehmen? Wer kann sie zählen und jedesmal 2 nehmen, aber mit 1 anfangen? Nun sollt ihr mir 10 Federn zählen und jedesmal 3 nehmen: Jetzt auch 3 nehmen, aber mit 1 (2) anfangen!

Hier habe ich 9 Federn, wie viele fehlen bis 10? Hier 3; wie viele fehlen bis 8? (Hier kommen nun Uebungen, wo eine Zahl sichtbar ist, die andere aber, nebst der gefundenen muß gedacht werden) Hier habe ich 3, wie viele bleiben, wenn ich 2 wegnehme? Hier 6, wie viele bleiben, wenn ich 7 wegnehme? (Ihr schaut mich an und lacht, kann ich denn nicht 7 wegnehmen? ꝛc.) nun aber, wenn ich 4 wegnehme? ꝛc.

Hier habe ich 4 Federn, wie oft kann ich da eine Feder machen? (Der Lehrer thut es) Wie oft kann ich 2 Federn machen? Wie oft 3? Wie oft 4? Hier 6 Federn, wie oft kann ich 2 daraus machen, wie oft 3? Wie oft 4? u. s. w.

Hier sind 2 Federn, könnt ihr 2 Kinder sie so theilen, daß jedes gleich viel bekommt? Gut, nun theilt mir auch 3 eben so! Ach! die könnt ihr nicht gleich theilen, wie ihr es macht; seht 2 konntet ihr gleich theilen, darum ist 2 eine gerade, 3 aber eine ungerade Zahl. Wir wollen nun bei allen Zahlen bis 10 suchen, ob sie gerade, oder ungerade Zahlen seien ꝛc. Nun fange du bei 1 an, und sage mir alle ungerade Zahlen! Du fange bei 2 an, und sage mir alle gerade Zahlen an diesen Federn! Ebenso abwärts! Wie heißt die nächste gerade Zahl aufwärts nach 4? Welche ist es abwärts? Welche ungerade Zahl kommt nach 6 aufwärts? abwärts? Welche gerade aufwärts? Abwärts? ꝛc.

Auf diese Weise darf sich nun der Lehrer versichert halten, daß die Kinder angefangen haben, zu denken, obwohl noch immer das Auge dem Gedanken zu Hülfe kam; und daß sie nun auch den kommenden Unterricht verstehen. Zu dieser und den folgenden Uebungen werden Federn, in Bündel zu zehn zusammengebunden, oder Ringe, von welchem je der zehnte von anderer Farbe ist, gute Dienste leisten.

Nun lehre der Lehrer die Zehn als etwas Ganzes, als eine zehnfache Einheit unter dem Namen „Zehner" kennen, und füge diesem Zehner nach der Ordnung die Einheiten von 1 bis inclus. 9 bei, was jedoch wieder durch Federn versinnlicht werden muß. Freilich werden statt eilf und zwölf die Namen 1 zehn, 2 zehn vorkommen, was der Sache nichts schadet, indem durch den Lehrer auf das nicht Uebliche dieser Namen aufmerksam gemacht, die Kinder leicht merken, daß statt ein zehn — eilf und statt zwei zehn — zwölf und statt sechs zehen — sechzehen, gesprochen wird. Statt zwanzig werden die Kinder zehn zehn, oder, was die bessern sind, zwei zehn zählen, wobei sie auf den Namen zwanzig aufmerksam gemacht werden müssen.

Nun folgen wieder Fragen, etwa wie folgende: Wie viele Einheiten nennt man einen Zehner? Zehn und eine Einheit nennt man wie ꝛc.? Wie heißt man zehn und fünf? Ein Zehner und vier Einheiten geben welche Zahl? Nun zählet vorwärts, von 10 bis 20, rückwärts von 20 bis 10! Zur Wiederholung lasse der Lehrer von 1 bis 20 und rückwärts zählen. — Welche Zahl folgt auf 17 — auf 13 ꝛc.? Was kommt vor 14, 16? Was liegt zwischen 12 und 16, zwischen 10 u. 18 ꝛc. So setzt der Lehrer das Zählen und Auflösen der Zahlen fort bis 100, fügt ähnliche Fragen, wie die obigen, bei, und dringt vorzüglich darauf, daß den Kindern zur Fertigkeit wird, wie man z. B. drei Zehner,

vier Zehner nenne, was auf 29, 39, 59 folge, oder was vor 40, 60, 70 ꝛc. komme?

Besitzen nun die Kinder die Fertigkeit, bis 100 vor und rückwärts zu zählen, die Zahlen in Zehner und Einheiten aufzulösen, so gehe der Lehrer wieder scheinbar rückwärts und lasse die Zahlen wieder in Einheiten auflösen und zur größern Uebung so viele Striche auf die Tafeln machen als Einheiten z. B. in 8, 6, 4, in 2 Zehner, in 25, 36, 48 ꝛc. enthalten sind.

Nun mögen folgende Fragen weiter führen: Welche Zahl muß zu 4 noch hinzugesetzt werden, daß diese letztere Zahl 8 Einheiten gleich wird? Oder: Zu der Zahl 2 muß ich noch wie viele Einheiten hinzufügen, bis sie der Zahl 5 gleich wird? Aus welchen Zahlen sind nun 5 entstanden? 7 besteht aus 5 und aus —? 2 und 2 geben welche Zahl? *) 3 besteht aus 1 und 1 und 1 oder aus 2 und 1 oder aus 1 und 2; aus was besteht 4, 6, 5, 7, 8, 9? 2 und 2 und 1 geben welche Zahl?

Aus welchen 2 Zahlen kann 6 zusammengesetzt werden? 8 besteht aus was für 3 Zahlen? Z. B. Aus 4, 3 u. 1, oder 2, 3 u. 3 ꝛc. Welche Zahl ist mehr, 6 oder 8? 7 oder 9? Um wie viel ist 5 mehr, als 3, als 4, als 2? Wie viele Einheiten enthalten 1—2, 3—6 Zehner? Nennet alle Zahlen, welche 3 Zehner haben? Nennet alle Zahlen bis Hundert, welche 1, 2, 8, 4 ꝛc. Einheiten haben? Zu 28 fehlen noch wie viele Einheiten bis 30 oder drei Zehner? Welche Zahl entsteht, wenn zu 45 noch 3 Einheiten hinzugefügt werden? Die erste Zahl heißt 16, die zweite 24, wie heißen die inzwischen liegenden? 3 u. 2 Einheiten geben wie

*) Unter dem Namen der Zahlen müssen sich die Kinder immer, wenn sie mit Bewußtsein rechnen sollen, die Menge der Einheiten denken, weßwegen richtiger und besser gesprochen wird: 2 u. 2 geben welche Zahl, statt gibt welche Zahl?

viele Einheiten? Fügt diesen Einheiten 1, 2, 3, 4, 5 rc. Zehnern bei, welche Zahlen entstehen?

Daß diese Uebungen sehr ausgedehnt werden können, sieht der denkende Lehrer leicht ein, wie er auch genau bemessen wird, wie weit dieselben fortgeführt werden müssen, ehe das eigentliche Rechnen beginnt. Den pädagogischen Grundsatz „Eile mit Weile" muß er hier vorzüglich im Auge behalten, und ja nicht zu frühe diese Stufe verlassen, sonst wird ihm und den Kindern jede Stunde, die zum Rechnen verwendet wird, der geringen Fortschritte wegen, eine wahre Marterzeit, und schon der Gedanke, daß heute dieser Gegenstand zur Reihenfolge kommt, erweckt Mißmuth und Eckel. Dagegen wird derjenige Lehrer, der die angefügten Vorübungen mit Eifer behandelt, und nicht eher weiter geht, als bis das Vorhergehende gründlich geübt ist, die Freude haben, in dem eigentlichen Rechnen auf äußerst wenige Schwierigkeiten mehr zu stoßen, ja die bessern Schüler würden ihm voraus eilen, wenn er dies um der Schwächern willen nicht zu verhüten suchen müßte. Diese Vorübungen dürften bei günstigen Verhältnissen mehr als die Hälfte, bei ungünstigen aber die ganze Zeit des ersten Schuljahres einnehmen.

Nachdem es nun der Lehrer für gut und naturgemäß findet, zum eigentlichen Rechnen überzugehen, so übe er die Kinder noch vorher in dem Gebrauche der Zahlzeichen, der Ziffern und ihren nach dem Inbegriff der Zahl erforderlichen Zusammensetzungen. Hier beginnen auch die Uebungen des I. Bändchens der Denk- und Zifferrechnungsbeispiele.

Der Lehrer mache nun die Kinder aufmerksam, daß, wie im Lesen jeder Laut ein eigenes Zeichen hat und wie durch die verschiedenen Zusammensetzungen der Laute Silben und Wörter entstanden, so nun auch im Rechnen die Grund-Einheiten, die Zahlen von 1 bis 9

eigene Zeichen, Ziffern genannt, haben, und daß durch die verschiedenen Zusammenstellungen dieser Ziffern die übrigen Zahlen geschrieben werden. Er wähle zur Versinnlichung wieder Federn und zeige, welches Zeichen für 1, 2, 3 ꝛc. Federn gesetzt werde und mit diesen gleichbedeutend sei.

Bei den ersten Uebungen wird es nothwendig, daß der Lehrer den Kindern die Art der jedesmaligen Bearbeitung ganz vorzeigt. Bald aber wird den Kindern die Benützung des Büchleins klar werden und einige Winke genügen gewiß.

Da die Schüler, bis sie zur Benützung des Buches kommen, schon eine genügende Fertigkeit im Lesen erlangt haben, so dringe der Lehrer darauf, daß sie auch jede Uebung nach Maßgabe der vorhandenen Kräfte lesen lernen, was zur schnellern Erlangung einer Lesefertigkeit viel beitragt. Sind die Schüler aber einmal so weit, daß sie die Druckbuchstaben in die gewöhnlichen Schriftbuchstaben übertragen können, so kann der Lehrer die jedesmalige Uebung entweder ganz, oder theilweise abschreiben lassen, was mehrfachen Nutzen gewährt. Eben so bieten sowohl die Denk- als Zifferrechnungsbeispiele Gelegenheiten dar, den Schülern verschiedene Sachkenntnisse beizubringen.

2.

Die zweite Uebung lehrt die Zahlen von 10 bis 19 schreiben. Der Lehrer zeige nun, daß der durch die zehn Einheiten entstandene Zehner, zum Unterschiede von den Einheiten, eine höhere Stelle erhalten müße. Um dieses recht begreiflich darzustellen, so unterschieden wir die Einer- und Zehnerstellen durch Striche, wodurch zwei Reihen entstehen, die eine für die Einheiten und die andere für die Zehner, in welche der Schüler nun die angegebenen Zahlen einzutheilen hat.

Da die Kinder den Unterschied zwischen Zehner und Einheiten schon in den Vorübungen kennen lernten, u. die Bestandtheile der Zahlen angeben mußten, so werden die Uebungen von 2 bis 11 keine Schwierigkeiten darbieten, weßwegen wir gleich zur 12ten Uebung übergehen, welche dazu dienen soll, die Fertigkeit im Lesen der Zahlen zu befördern, und den Werth der Ziffern, je nach dem sie Zehner oder Einheiten vorstellen, recht begreiflich zu machen.

Die neuen Methodiker dringen alle darauf, daß Denk- u. Zifferrechnen mit einander gleichen Schritt halten sollen. Indem wir uns von der Zweckmäßigkeit und dem Nutzen dieses Fortschreitens überzeugten, so sind in jeder Uebung Denk- und Zifferrechnungen angeführt, welche sich anfänglich freilich wenig unterscheiden, später aber bemerkbare Unterschiede zeigen. Wir hätten gerne, was schon in der Vorrede des ersten Bändchens angedeutet ist, die Beispiele um das Doppelte vermehrt; allein dadurch wäre jedes Bändchen zu stark und mithin zu theuer geworden. Diesem wird aber jeder Lehrer dadurch abhelfen, wenn er, wo es für nothwendig erachtet wird, selbst zu der jedesmaligen Uebung passende Beispiele aufstellt und diese vorlegt.

13.

Das eigentliche Rechnen beginnt mit der 13ten Uebung. Schon früher lernten die Kinder Einheiten zu Einheiten zählen; darum die folgenden Beispiele von denselben ohne große Schwierigkeiten gelöst werden. Das Zusammenzählen einer Einheit zu noch einer Einheit liegt dieser Uebung zu Grunde, auf was sich dann auch das Zusammenzählen einer Einheit zu einer aus einem oder mehrern Zehnern und einer Einheit bestehenden Zahl gründet. Werden diese Beispiele unter der Leitung des Lehrers gelöst, so gibt sie entweder der Lehrer an, oder was auch besser ist, er läßt sie von einem

Kinde vorlesen. Die Auflösung, welche verschieden sein kann, geschehe jedesmal. Entweder wird die vorliegende Einheit gleich zu der treffenden Zahl gezählt, ohne letztere in Zehner und Einheiten zu zerlegen z. B. 31 + (und) 1 = (sind) 32; oder die Zahlen werden zuerst in ihre Theile zerlegt, und die gleichartigen zusammen gezählt und dann wieder vereint genannt, z. B. 31 + 1 = Die Zahl 31 besteht aus einer Einheit u. drei Zehnern; die Zahl 1 aber aus einer Einheit. Eine Einheit und noch eine Einheit geben 2 Einheiten, u. von 31 noch 3 Zehner sind im Ganzen 32. Den Zifferrechnungen ist jedesmal die Auflösung des 1. Beispieles beigesetzt, wornach sich in der Form auch die übrigen richten.

Außer dieser Benützung, und letztere ist gerade das, was wir bei der Bearbeitung der Rechnungsbeispiele im Auge hatten, dienen die Denk- u. Zifferrechnungs-Beispiele zur stillen Beschäftigung der Schüler. Doch versäume der Lehrer nie, die Art und Weise der Lösung von Seite der Kinder zu prüfen, um sich zu überzeugen, ob der Schüler wohl alles recht verstanden habe und ob die Zeit da sei, wo zu einer andern Uebung geschritten werden darf.

Die Behandlung der 14ten, 15ten, 16ten, 17ten, 18ten, 19ten, 20ten, u. 21ten Uebung ist analog der, welche bei der 13ten angegeben wurde.

Nothwendig muß aber bemerkt werden, daß der Lehrer, um dem blos mechanischen Rechnen vorzubeugen, öfter in den bemerkten Uebungen, andere, schon in den frühern Uebungen vorgekommene Beispiele anzugeben habe, denn sonst wird ein Kind, das nicht gerne denkt, und das Rechnen blos mechanisch treibt, eben so geschwind sagen 4 + 3 = 6 als 4 + 2 = 6, wenn mehrere Beispiele vorhergegangen sind, welche das Produkt 6 geben.

Die 22ste Uebung enthält Beispiele, in welchen aus den zusammenzuzählenden Einheiten ein neuer Zehner entsteht. Auch für diese Uebung ist schon vorbereitet worden, als die Kinder das Zählen lernten und zu 29, 39, 49 rc. noch 1 hinzufügen mußten, wodurch dann ein neuer Zehner entstand, der den übrigen, schon vorhandenen Zehnern beigezählt wurde. Darum fällt den Kindern diese Uebung nicht schwer, und leicht begreifen sie die Lösung der vorkommenden Beispiele.

Den Zifferrechnungen folgt eine Zusammenstellung des schon Erlernten, die anfänglich so bearbeitet werden soll, wie sie vorgezeichnet ist, und zwar deßwegen, weil durch dieses Zusammenstellen die Kinder mehr Aneiferung und Lust zum Lernen bekommen, wenn sie sehen, wie viel sie schon in so kurzer Zeit erlernt haben. Nach dieser Bearbeitung gebe aber der Lehrer die Beispiele nicht in der Ordnung, er mische sie unter einander, und lasse sie dann bearbeiten.

Zu den Antworten auf die Frage: Welche Paare von Zahlen geben 2, 8, 4, rc.? ist theils in den Vorübungen und in den Uebungen von 13 bis inclusive 22 mächtig vorgearbeitet worden; in jenen durch die Fragen: Welche Zahl muß zu 4 noch hinzugesetzt werden, daß diese letztere Zahl 8 Einheiten gleich wird? rc.; in diesen durch die Bearbeitungen $1 + 1 = 2$; $2 + 2 = 4$, $3 + 1 = 4$, $1 + 3 =$ rc. rc. Von dieser Uebung, nämlich dem Zerfällen der Zahlen, gehe der Lehrer so lange nicht weg, bis die Kinder die Fertigkeit erlangt haben, jede Zahl von 2 bis inclusive 10 so oft es möglich ist, in zwei Zahlen aufzulösen, denn von der Gewandtheit im Zerfällen der Zahlen, hängt auch die fertige und gründliche Lösung der später folgenden Beispiele ab.

Um das Bisherige zusammenzufassen, den Schüler in das weitere und fortlaufende Zusammenzählen einzuführen und ihm alle Furcht vor größern Zahlreihen zu benehmen, fanden wir für nöthig, der II. Auflage Aufgaben beizufügen, wie sie Herr Straßer in seiner »Systematischen Entwickelung der Zahlverhältnisse, I. Thl. Seite 46« bedingt. Wir haben diese Tabellen von A bis K stets angefangen, nur die erste wurde ganz dargestellt, und machen dem Schüler zur Aufgabe, die Vollendung bis 100 selbst zu unternehmen. Sollte der Lehrer aber auf Schwierigkeiten stossen, so hüte er sich, die Tabellen zu übergehen oder gar nur vorzuschreiben und sie abschreiben zu lassen.

Gleich die Tabelle A mit der Zahl 1 darf nicht nur so abgeschreiben werden, wie sie im Buche steht, sondern der Lehrer fertigt sie mit den Kindern gemeinschaftlich an, indem er ungefähr spricht: Wir haben nun schon auf mancherlei Weise einzelne Zahlen zusammengezählt; nun wollen wir die Zahlen, wie an einer Kette, fortzählen und sie gleich erklären und anschreiben bis auf Hundert. — Diese Arbeit wird auch Vergnügen machen, denn sie ist sehr leicht und für euch sehr nützlich, denn ihr werdet euch dann nicht mehr fürchten, wenn ihr auch eine große Reihe von Zahlen zusammenzuzählen habt. Seht her, ich fange bei 1 an und zähle diesmal 1 dazu! 1 + 1 = . Recht 1 + 1 = 2. Diese zwei setze ich aber nicht dazu, denn ich möchte weiter fahren, ohne zu sagen: 1 und 1 sind 2, 2 und 1 sind 3 ꝛc.; sondern gleich 1 und 1 sind 2 und 1 sind 3 und 1 sind 4 u. s. w., deßhalb schreiben wir die herausgekommenen Ziffer gleich wieder vorn hin. Bei einem Zehner machen wir jedesmal einen Querstrich. —

So oft auf diese Weise ein Zehner vollendet ist, läßt der Lehrer einem Schüler das Angeschriebene le-

sen, und bei jeder zusammengesetzten Zahl läßt er selbe erklären und angeben, wie sie geschrieben werden müsse.

Ist die Tabelle A mit der Zahl 1 zum sichern Eigenthume gemacht, so gehe der Lehrer zu B und lasse die Zahl 2 dazu zählen bis 100. Er fertige sie das erste Mal gemeinschaftlich mit den Kindern an, erkläre und berichtige, wo Aufschluß nöthig ist, lösche aber die ganze Tabelle wieder aus, sobald sie fertig ist, und halte die Kinder an, selbe nun für sich in der Stille auszuarbeiten. Wird mit der Zahl 1 angefangen, und die Zahl 2 dazu gezählt, so mache der Lehrer aufmerksam, daß die Zahl 2 bei 9 zerfällt werden müsse, wenn man die reinen Zehner erhalten wolle, um nach denselben den gewöhnlichen Querstrich zu machen. Schon jetzt dürfte es genügen, daß der Lehrer die Tabelle nur bis ungefähr 30 anfertigen helfe, indem die Kinder gewiß freudig fortarbeiten. Wenn die Tabelle angefertigt ist, so wird sie gelesen und dann auch auswendig hergesagt, was als Beweis dient, daß sie zum sichern Eigenthume geworden ist.

Die Tabelle C wird angefertigt mit Hinzuzählung der Zahl 3, angefangen mit 3 2 und 1, wie oben gesagt wurde, wobei genau auf die Zerfällung bei dem Zehner Rücksicht genommen werden muß.

So wird nun fortgefahren mit allen Tabellen bis K, zuerst mit und dann ohne Zerfällung, und hiemit sollte dann das Beschwerlichste des Zusammenzählens sowohl für das Denk- als Zifferrechnen überwunden sein.

23.

Dieser Uebung liegt das Zerfällen einer der beiden Zahlen, oder das Ergänzen einer Zahl bis zu einem entstehenden Zehner und das Hinzufügen des von der

zerfällten Zahl noch übrig Gebliebenen, zu Grunde. Die Art der Auflösung mag folgende sein, z. B. 19 + 29 =. Zu 19 fehlt noch 1 Einheit, dann entsteht die Zahl 20; 20 und die noch von 2 übrige Einheit, geben 21. Die Auflösung könnte aber auch so statt finden: Die Zahl 19 enthält einen Zehner und neun Einheiten, die Zahl 2 enthält 2 Einheiten; 9 + 2 Einheiten sind 11 Einheiten, diese geben einen Zehner und eine Einheit. Ein Zehner und ein Zehner sind zwei Zehner und diese gleich zwanzig; 20 und 1 sind 21. Dieser Uebung sind gleich die 24., 25., 26., 27. und 28. In die 29. Uebung ist die Entstehung der Zahl 17 aus 9 + 8 und 8 + 9 und der Zahl 18 aus 9 + 9 zusammengefaßt.

30.

Der 30. und den folgenden Uebungen (der 31. und 32.) muß nothwendig wieder das mündliche Zählen vorangehen. Vor allem dringe der Lehrer darauf, daß die Schüler einen deutlichen und klaren Begriff von der Zahl 100 bekommen, diese als 10 Zehner, und diese 10 Zehner als gleich viel geltend mit 1 Hunderter kennen lernen. Dann übe er das Zählen und lasse auf dasselbe das Schreiben der Zahlen 100 bis 200 folgen, wie dieses die 36. Uebung zeigt. Sehr gut wird es sein, wenn wieder die Abtheilungsstriche gebraucht werden, wo sich dem Auge deutlich darstellt, daß, jemehr eine Ziffer bezeichnen soll, diese auch eine höhere Stelle einnehmen müsse. Dadurch, daß dem Kinde gesagt wird, wenn einmal ein oder zwei ꝛc. Hunderter in der Zahl enthalten sind, dürfe keine niedere Stelle ohne eine Bezeichnung bleiben, lernt es leicht einsehen, die Stellen, welche nicht vorkommen, aber bezeichnet werden sollen, müssen eine Null erhalten. Gleiche Behandlung erfordern die 31. und 32. Uebung,

von welchen die letztere sich nur dadurch unterscheidet, daß keine Abtheilungsstriche mehr gebraucht wurden, um den Schüler auch ohne deren Hülfe zur Fertigkeit zu bringen, die Zahlen richtig zu schreiben.

33.

Diese Uebung ist eine Wiederholung der vorhergehenden, theils um zur Ueberzeugung zu kommen, ob die Schüler auch den Lehrer begriffen haben und verstehen, die dreistelligen Zahlen zu schreiben, theils auch, um, wenn es hierin noch fehlen sollte, das Fehlende nachzuholen.

36. 37.

Auf der 34. Stufe werden die vierstelligen Zahlen schreiben gelehrt. Eben so in der 35. Uebung. Die Behandlungsweise wird hier übergangen, da diese gleich der in der 30. bis 32 ist. Auch die Behandlung der 36. und 37. Uebung übergehen wir, da sie sich von der vorhergehenden nicht unterscheidet.

38.

Die 38. Uebung diene zur Wiederholung des bereits Erlernten. Nach den Fortschritten der Schüler wird jeder Lehrer selbst bemessen, ob sie noch mehr auszudehnen sei, oder nicht.

39.

Diese Beispiele enthalten Zahlen, die beim Zusammenzählen nie 9 übersteigen, weder bei den Einheiten, noch bei den Zehnern.

Die Lösung der Denkrechnungen mag auf folgende Weise geschehen: 1. Denkrechnung. Die Zahl 24 enthält 4 Einheiten und 2 Zehner, die Zahl 12 aber 2 Einheiten und 1 Zehner. 4 Einheiten und 2 Einheiten

sind 6 Einheiten; 2 Zehner und 1 Zehner sind 3 Zehner, diese gleich 30 und 6 sind 36. Bei den Zifferrechnungen sehe der Lehrer vorzüglich darauf, daß die Zahlen genau untereinander geschrieben werden, Einheiten unter Einheiten und Zehner unter Zehner. Dieser Uebung, den blos mit Ziffern bezeichneten, also schon angeschriebenen und zum Zusammenzählen schon vorbereiteten Beispiele folgen auch noch solche Rechnungen, welche die Kinder selbst anzuschreiben haben, damit dieses Anschreiben, und mit demselben die Denk- und Beurtheilungskraft schon frühe geübt werde, weil gerade diese Vernachläßigung die Hauptursache ist, warum manche Schüler, die an sich gute Rechner sind, nur dann das vorgelegte Rechnungsbeispiel lösen können, wenn ihnen dasselbe schon angeschrieben, gleichsam zum Rechnen vorbereitet, gegeben wird. Diesem Uebelstande muß schon frühe entgegen gearbeitet werden, damit den Lehrer nicht fernerhin der Vorwurf treffe, die Schüler können nur das Rechnen, so lange sie der Lehrer leitet; sollen sie aber nur die leichteste und einfachste häusliche Rechnung allein lösen, so sind sie dieses nicht im Stande. Freilich ist hier auch oft die mangelhafte und undeutliche Angabe der Eltern schuld; allein die Schüler schon frühe auf diese Art geübt, wird auch dieses Hinderniß verschwinden machen, indem der denkende Rechner gleich selbst das Mangelhafte erkennt, und durch Fragen das Wahre zu erhalten sucht.

40.

In diesen Beispielen übersteigen die Einheiten die Zahl 9, geben also einen neuen Zehner, der zu den vorhandenen gezählt werden muß. Es kommt also hier das »im Sinne behalten vor«. Dem Lehrer bleibt in Beziehung auf die Lösung der Denkrechnungen die freie Wahl, diese oder jene Art zu wählen. Am besten thut er aber,

wenn die Kinder, wenigstens die befähigtern, selbst die Art und Weise der Bearbeitung finden müssen. Die verschiedenen Arten der Bearbeitungen müssen sein: Auflösen der Zahlen in Einheiten und Zehner, und dann Zusammenzählen der Einheiten und Einheiten und des entstandenen Zehners zu den schon vorhandenen; oder: Auflösen der Zahlen, Zusammenzählung der Zehner und dann der Einheiten; oder: das Zuzählen von zehn zu zehn, z. B. $35 + 27 = 35 + 10 = 45 + 10 = 55 + 7 = 62$.

Bei den Zifferrechnungen hat der Lehrer aufmerksam zu machen, wie nur die Einheiten der gefundenen Zahl angeschrieben, die Zehner aber zu den Zehnern gezählt werden, bis endlich auch die Summe der Zehner zu den Einheiten gesetzt wird.

41.

Diese Uebung enthält nur Beispiele mit Zehnern ohne Einheiten, welch erstere aber die Zahl 10, folglich 100 übersteigen. Wie die Kinder schon früher die Zehner in Einheiten auflösen lernten, z. B. 2 Zehner sind gleich 20, so müssen auch hier, nachdem die Zehner zusammengezählt sind, dieselben dadurch in Einheiten aufgelöst werden, daß durch das Anhängen einer Null die Einheiten-Stelle bezeichnet wird. Uebrigens können aber die Beispiele auch so gelöst werden, daß zuerst nur bis 100, und dann das Uebriggebliebene nachgezählt wird. Gut ist es, wenn bald auf diese, bald auf jene Weise die Rechnungen gelöst werden, was wir hiermit auch für die folgenden Uebungen gesagt haben wollen.

42.

Bei den Zahlen der 42. Uebung kommen auch Einheiten vor; sie übersteigen jedoch die Zahl 9 nicht. Die Zehner zuerst zusammengezählt, diese zu Einheiten auf-

gelöst und die treffenden Einheiten hinzugefügt, mag wohl die leichteste Art der Lösung sein.

43.

Die Einheiten der in den Beispielen dieser Uebung vorkommenden Zahlen geben einen neuen Zehner, der den übrigen beizuzählen ist. Daß das Auflösen der Zahlen in Zehner und Einheiten vorhergehen müsse, versteht sich von selbst.

44.

Schwieriger als die vorhergehenden, sind verhältnißmäßig die Beispiele dieser Uebung, da nicht alle Kinder vermögend sind, die vorkommenden Zahlen und einzelnen Produkte im Gedächtnisse zu behalten, und dann zu einem Ganzen zu vereinigen. Daher lasse der Lehrer den schwächern Schülern die gehörige Zeit zur Bearbeitung und begnüge sich, wenn auch nach längerm Warten erst das Resultat gefunden wird, denn nicht die Zeit, in welcher die Rechnung gemacht wird, sondern die Kunst, dieselbe zu machen, und wenn dieses auch lange hergeht, ist die Hauptsache. Nicht alle Schüler können gleich schnell rechnen, und hat der Lehrer es nur einmal dahin gebracht, daß sie die Beispiele lösen können, so hat er seinen Zweck für diese Stufe schon erreicht. Folgende Art der Lösung möchte am paßendsten sein: 1. Denkr. Nachdem die Zahlen in Zehner und Einheiten zerlegt sind: 7 Zehner und 4 Zehner sind 11 Zehner, diese gleich 110; 6 Einheiten und 8 Einheiten sind 14 Einheiten. 110 und 10 sind 120 und 4 sind 124.

45.

Diese Uebung ist zwar leichter, als die vorhergehende zu bearbeiten; allein da die sich ergebenden Produkte mehrentheils 1000 übersteigen, was bei der vor=

hergehenden nicht der Fall ist, und weil die Zahlen nebst den Zehnern und Einheiten auch Hunderter enthalten, so wurde sie an diesen Platz gesetzt. Bei der Bearbeitung werden die Zahlen in ihre Hunderter aufgelöst, diese zusammengezählt, und dann die Summe nach Hundertern, oder nach Tausendern und Hundertern, wie bei Nro. 40 und f., genannt.

46.

In diese Uebung sind drei Stufen zusammengefaßt: Zusammenzählen von Zehner und Hunderter, wo die Zehner die Zahl 9 nicht übersteigen und wo dieselben 10 oder mehr erreichen, folglich einen neuen Hunderter geben. Da diese Abstufungen schon früher beobachtet wurden, so konnte diese Zusammenziehung ohne Nachtheil geschehen.

Die Bearbeitung der Beispiele geschieht so: Entweder werden zuerst die Hunderter und dann die Zehner, oder umgekehrt zusammengezählt.

47.

Nun folgen Beispiele mit dreistelligen Zahlen, deren jede Hunderter, Zehner und Einheiten enthält, die bei der Zusammenzählung zuerst 9 nicht übersteigen, später aber Produkte höherer Ordnungen geben.

Manche Lehrer mögen einwenden, daß diese Denkrechnungen für Schüler des untern Curses zu schwer seien. Diesen diene zur Anrwort, was oben bei der 44. Uebung gesagt wurde, denn die besser Befähigten sind gewiß im Stande, dieselben zu lösen, den Schwächern lasse der Lehrer gehörige Zeit, und vergessen sie auch einzelne Summen wieder, ehe das ganze Produkt erscheint, so hat er doch sein Ziel erreicht und auf dieser Stufe genug gethan, wenn seine Schüler nur wis-

sen, wie die Lösung statt finden muß. Dem Vergessen kann man ja durch die Ziffer zu Hülfe kommen.

Die Art der Lösung lasse der Lehrer den Schülern selbst über, indem der eine auf diese, der andere auf jene Weise leichter rechnet. Zur Vermehrung der Beispiele und einer gesteigertern Uebung kann der Lehrer die einzelnen Zifferrechnungen alle unter einandersetzen und zusammenzählen lassen. Eben so lasse er auch öfters Zahlen, anfangend z. B. bei 300 und fortgesetzt bis 350, oder 400, untereinanderschreiben und dann zusammenzählen.

48. und 49.

In diesen beiden Uebungen kommt das Anschreiben und Lesen der sechs- und siebenstelligen Zahlen vor.

Die Behandlung ist analog der 30. 31. und 32. Uebung. Der 49. Uebung sind noch einige Beispiele zu größern schriftlichen Zusammenzählungen beigefügt. Ob diese genügen und erlauben, zum Abziehen zu übergehen, wird der Lehrer an dem Fortgange seiner Schüler ermessen. Jedenfalls ist es gut, die Zahlen, welche in der 48. und 49. Uebung vorkommen, bis zu gewissen Grenzen untereinanderschreiben, dann zusammenzählen zu lassen. Daß nicht blos hier, sondern auch schon früher Wiederholungen angestellt werden müssen, braucht wohl nicht in Erinnerung gebracht zu werden.

Abziehen.

50.

Wie der Lehrer dem Zusammenzählen mehrere mündliche Uebungen voranschicken mußte, bei welchen es nicht an Versinnlichungen fehlen durfte, so ist auch nothwendig, daß das Abziehen durch mündliche Uebungen vorbereitet werde. Zwar ist diesem, dem Ab-

ziehen, durch das Rückwärtszählen, durch die Fragen: Was kommt vor 26, 33 rc., durch das Zerfällen der Zahlen in zwei, drei Theile rc. schon mächtig vorgearbeitet; allein es ist dennoch sehr rathsam, folgende nur kurz angedeutete Uebungen, welche mit Federn, Strichen rc. vorgenommen werden müssen, vorzunehmen. Der Lehrer frage etwa: Was ist mehr, 6 oder 4, 7 oder 6, 8 oder 2 rc. rc.? Um wie viel sind 3 mehr als 2, 9 mehr als 6, 21 mehr als 20, 36 mehr als 30? Wie viel darf ich von 5 wegnehmen, daß nur noch 3 vorhanden sind? Wie viel von 32, daß noch 30 da sind? rc. Von 4 werden 2 hinweggenommen, wie viel bleiben noch? 5 von 10 hinweggenommen, bleiben noch? Nach diesen und ähnlichen Vorübungen gehe der Lehrer zum eigentlichen Abziehen über, und lasse die Beispiele der 50ten Uebung bearbeiten. Der Gang ist bereits wie bei dem Zusammenzählen; nur sind hier öfter zwei Stufen in eine Uebung zusammengefaßt, die bei dem Zusammenzählen als getrennt erscheinen. Der Grund hievon ist kurz der, weil die Schüler, wenn sie einmal richtig und fertig zusammenzählen, schon besser und mehr auffassen, folglich auch mehr zu Beschäftigungen fordern. Warum wir dem Zusammenzählen das Abziehen und nicht das Vermehren folgen ließen, da dieses doch auch wie das Zusammenzählen ein »Mehr« verursacht, ist wohl sehr einleuchtend, indem das Abziehen weit mehr zum Zusammenzählen verwandt ist, und von diesem unterstützt wird, als dies beim Vermehren der Fall wäre.

Die 50. Uebung enthält das Abziehen einer Einheit von einer Einheit und das Abziehen einer Einheit von zwei Einheiten, seien dann mit diesen zwei, drei, oder vier rc. Zehner verbunden. Die beiden Zahlen werden wieder in Einheiten und Zehner aufgelöst, erstere von

einander abgezogen und der Rest zu den übrigen Zehnern gefügt. Oder: Man läßt so viele Einheiten rückwärts zählen, als die abzuziehende Zahl erfordert. Bald auf diese, bald auf jene Art gelöst, bildet am mehrsten.

Die 51. bis 54. Uebung sind in der Behandlung der 50. gleich.

55.

In dieser Uebung kommt das Abziehen der Einheiten von Zehnern, oder das sogenannte Entlehnen vor, zu dessen Vorbereitung sie dienen soll. Es können aber auch die treffenden Einheiten rückwärts abgezählt werden, was viele Schüler leichter begreifen, als das Entlehnen eines Zehners. Auf die erstere Art die Lösung vorgenommen, mag sie etwa so heißen: 40 — 6 =. Die Zahl 40 enthält 4 Zehner und keine Einheit, die Zahl 6 aber 6 Einheiten und keinen Zehner. 6 Einheiten von keiner Einheit können nicht abgezogen werden, ein Zehner entlehnt, bleiben noch drei Zehner. Der entlehnte hat 10 Einheiten; 6 von 10, oder 10 weniger 6 bleiben 4 und noch drei Zehner geben 34. Dieses Entlehnen wird keine Schwierigkeit darbieten, da die Schüler ja schon beim Zusammenzählen die Zahl 10 in zwei Zahlen zerfällen lernten. Den Zifferrechnungen folgt noch eine Zusammenstellung des Erlernten, welche wie oben bemerkt wurde, nicht nur als Wiederholung dienen, sondern auch den Kindern durch eine kurze Uebersicht mehr Freude und Lust zum Lernen geben soll.

56.

Die Zahl 11 liegt dieser Uebung zu Grunde, welche durch den Rest und das abzuziehende Produkt in zwei Theile zerfällt wird. Am leichtesten werden die Einheiten auf zwei Mal abgezogen; das erste Mal bis zum Zehner und das zweite Mal die noch zum Ab-

ziehen übrig gebliebenen Einheiten, z. B. 41 — 8 =. 41 weniger 1 sind 40 und noch weniger 7 bleiben 33. Mit dem Zerfällen der Zahlen sind die Schüler schon bekannt, folglich begreifen sie diese Art abzuziehen sehr leicht. Durch längere Uebung werden die Schüler dann schon zur Fertigkeit, die treffende Zahl gleich auf ein Mal hinwegzunehmen. Den Zifferrechnungen ist jedesmal ein mit Worten ausgesetztes Beispiel beigegeben, das nach Art der andern Zifferrechnungen angesetzt werden soll. Dieser Uebung sind gleich die 57., 58., 59., 60. und 61. Letztere enthält wieder die Zusammenstellung des Erlernten.

62.

Diese Uebung ist leichter, als die vorhergehenden; allein um nicht Zehner von Zehnern abziehen zu lehren, bevor dies bei den Einheiten geschah, wurde sie den andern nachgesetzt. Die Art der Auflösung findet sich nach dem ersten Denkrechnungsbeispiele. Die Zifferrechnungsbeispiele erscheinen nun so angeschrieben, wie es beim Abziehen größerer Zahlen nothwendig wird. Der Lehrer zeige die Behandlungsart: Erklärung, was ist das Ganze, der Abzug und der Rest.

63.

Die Beispiele dieser Uebung enthalten im Minuende nun auch Einheiten, während der Subtrahend noch keine enthält. Die Auflösung steht gleich nach dem ersten Denkrechnungsbeispiele.

Da diese Stufe nicht sonderlich schwer ist, so wurde mit ihr noch eine vereiniget, nämlich die, in welcher nicht blos der Minuend, sondern auch der Subtrahend Einheiten enthält, jedoch letzterer weniger, als ersterer. Die Auflösung folgt dem 5. Denkrechnungsbeispiele. Die Zifferrechnungen richten sich nach denen der vorigen Uebung.

64.

In dieser Uebung kommt das sogenannte Entlehnen vor, zu welchem schon durch die 55. Uebung vorbereitet wurde. Die Auflösungsart der Denkrechnungen ist bei dem ersten Beispiele angegeben. Viele Lehrer halten diese Art abzuziehen für ungemein schwer, und lassen darum zu dem Subtrahenden so viel dazu zählen, bis dieser dem Minuenden gleich ist, auf welche Weise dann das Hinzugezählte den Rest bezeichnet.

Allein auch diese Verfahrungsart ist bei einer großen Differenz zwischen dem Minuenden und Subtrahenden nicht so leicht, als manche glauben, und die erstere Art bietet bei weitem nicht so viele Schwierigkeiten dar, als der Anschein zeigen könnte. Es ist ja überall vorbereitet; warum sollte dann gerade hier sich ein Berg zeigen, der nicht zum Ersteigen sein sollte. Ein Versuch wird unsere Behauptung rechtfertigen. — Was die Zifferrechnungen betrifft, so zeige der Lehrer, wie von dem Zehner des Minuenden entlehnt und dieses durch einen Strich oder Punkt bezeichnet werden muß, um das Vergessen zu verhüten und die Zehner um einen vermindert zu betrachten.

65.

Der Minuend, welcher in den Beispielen dieser Uebung vorkommt, enthält nun nebst den Zehnern auch noch Einheiten, welche aber weniger, als die des Subtrahenden betragen, weßwegen entlehnt, die vorhandenen Einheiten zu dem Zehner gezählt und dann abgezogen werden muß.

Dies gilt für die Zifferrechnungen. Anders verhält es sich bei dem Denkrechnen. Die Auflösung ist dem 1. Denkrechnungsbeispiele schon beigefügt.

66 *) 67, 68 und 69.

Da dem ersten Denkrechnungsbeispiele der jedesmaligen Uebung die Aufflösung beigegeben ist, die Zifferrechnungen aber nach gründlicher Erlernung der frühern Uebungen nichts Schweres mehr darbieten, so übergehen wir sie.

70.

Den Beispielen dieser und der folgenden Uebungen wurden keine Auflösungsarten, wie bei den frühern beigegeben, um jedem Lehrer zu bedeuten, daß er die Art der Lösung dem Schüler selbst überlassen solle, was nach dem bereits Erlernten auch füglich geschehen kann. Der eine wird nun auf diese, der andere auf jene Weise die Aufgabe lösen, gerade so, wie es ihm am leichtesten vorkommt. Die Beispiele sind zwar merklich schwerer, als die vorhergehenden; allein dem Stufengange nach müssen sie folgen und wenigstens mit den bessern Schülern als Denkrechnungen geübt werden. Dies gilt auch von den Denkrechnungen der 71. Uebung, wobei nicht blos einmal, sondern zweimal entlehnt werden muß. Für diese beiden Uebungen, so wie auch für die

72.

wollen wir die 1. Denkrechnung von Nro. 71 lösen, um beiläufig zu zeigen, wie diese und ähnliche Beispiele gelöst werden, wenn der Lehrer allenfalls nach einer festgesetzten und bestimmten Art verfahren will.

264 — 86 = . Die Zahl 264 enthält 2 Hunderter 6 Zehner und 4 Einheiten, oder 26 Zehner und 4 Einheiten; die Zahl 86 aber enthält 8 Zehner und 6

---

*) Bevor der Lehrer die 66. Uebung behandelt, möge er mündlich kurz reine Hunderte von reinen Hunderten abziehen lassen, weil diese Uebung ihrer Leichtigkeit wegen ausgelassen wurde. Z. B. 400 — 100 = 600 — 200 = 900 — 1000. =

Einheiten. 6 Einheiten von 4 Einheiten können nicht abgezogen werden; — 1 Zehner von 26 Zehnern entlehnt, bleiben noch 25 Zehner; — 6 Einheiten von dem entlehnten Zehner abgezogen, bleiben noch 4 Einheiten sind im Ganzen 8 Einheiten. 8 Zehner von 25 Zehner bleiben noch 17 Zehner; diese sind gleich 170 und dann noch 8. sind 178.

73.

Die Denkrechnungen zu dieser Stufe, die sich von der vorhergehenden nur dadurch unterscheidet, daß statt dreistelliger Zahlen, vierstellige vorkommen, würden zu schwer geworden sein, deßwegen sind nur Zifferrechnungen angesetzt, deren Bearbeitung den frühern gleich ist.

74.

Diese Stufe soll dazu dienen, das Abziehen von solchen Minuenden zu zeigen, die zwei oder wohl drei oder vier Stellen nach einander durch Null bezeichnet haben, was zur Folge hat, daß durch das Entlehnen von Zahlen der dritten, vierten oder fünften Ordnung die vorhergehenden Null, ausgenommen die erste in 9 verwandelt werden, was bei den zu verändernden Ziffern durch Striche oder Punkte bemerkt wird.

75.

Diese Uebung ist nur eine Fortsetzung der vorhergehenden und in der Behandlung ihr auch gleich.

Nachdem sich nun der Lehrer durch Wiederholungen überzeugt hat, daß die Schüler das Abziehen gründlich können, so gehe er zu dem abgekürzten Zusammenzählen, oder dem Vermehren über.

Vermehren oder Multipliciren.

Das Vermehren oder abgekürzte Zusammenzählen bietet nach der gründlichen Erlernung der vorhergehen-

den zwei Rechnungsarten nichts Schweres dar, denn obgleich noch keine nähere Uebungen zu dem Vermehren vorausgegangen sind, so trägt doch das Ganze zur schnellen und erleichterten Erlernung dieser Rechnungsart sehr viel bei. Dessenungeachtet aber versäume der Lehrer nicht, einige durch Striche, Finger 2c. versinnlichte Uebungen vorzunehmen, ehe er zum eigentlichen Vermehren übergeht. Wir wollen einige solche Vorübungen anführen.

Einen Finger emporhaltend, frage der Lehrer: Wie viele Finger sind dies? Wie vielmal 1 Finger? Zeigt einmal einen Finger! Macht einmal einen Strich auf eure Tafel! (Zwei Finger emporhaltend.) Wie viele Finger sind dies? Wie vielmal einen Finger halte ich empor? Zweimal ein Finger sind wie viele Finger?

Statt zweimal ein Finger kann man kürzer sagen? — Macht zweimal einen Strich auf eure Tafeln! Wie viele Striche hat jedes auf seiner Tafel? So setze der Lehrer fort bis 10 mal ein Strich.

Zwei Finger emporhaltend, spreche der Lehrer: Wie viele Finger sind dies? Wie oftmal zwei Finger? Einmal zwei Finger bestehen aus wie vielmal einem Finger? Statt zweimal ein Finger können wir also auch sagen? — Macht einmal zwei Striche auf eure Tafeln!

Vier Finger emporhaltend, jedesmal zwei näher beisammen, spreche der Lehrer: Wie viele Finger sind dies? Wie oftmal zwei Finger?

Zweimal zwei Finger geben wie viele Finger? Nun wollen wir ohne die Namen »Finger« sprechen: Zweimal zwei sind? — Auf diese Weise setze der Lehrer fort bis 10 mal 2 Striche. In dieser Fortsetzung wird es nothwendig, daß der Lehrer statt der Finger, Striche 2c. wählt, einmal, weil die Finger nicht mehr hinreichen, und dann auch, weil durch die Striche, welche die Kinder selbst auf die Tafeln machen können, die

Selbstthätigkeit mehr in Anspruch genommen wird. Zur gesteigerten Uebung lasse der Lehrer die Kinder z. B. 10, 15, 20 Strichgruppen, jedesmal zwei zusammen, auf die Tafeln schreiben, jede Gruppe durch einen Kreis einschließen und neben oder unter die Gruppen durch eine Ziffer die Anzahl der darin enthaltenen Striche bezeichnen. Dies ist nicht blos nicht schwer, sondern für die Kinder eine Unterhaltung, welche oft selbst eigene Arten der Bearbeitung erfinden, und mit großer Freude dem Lehrer zeigen.

76

Nach diesen Vorübungen gehe der Lehrer zu den unter Nro. 76 angeführten Beispielen über. Die vor den Denkrechnungen angesetzten Bearbeitungen sollen die Schüler nicht blos aus dem Buche, sondern auch auswendig niederzuschreiben wissen. Der einfache Schluß, welcher der ersten Denkrechnung beigesetzt ist, soll der Auflösung jedes Beispieles vorangehen, damit der Lehrer zur Ueberzeugung kommt, ob die Schüler das Beispiel aufgefaßt und richtig verstanden haben, und die Auflösung auch richtig anzugehen wissen.

77.

Die Behandlung dieser Uebung, so wie der folgenden bis inclus: der 84ten, ist analag der 76ten. Nur müssen die nöthigen versinnlichenden Vorübungen nicht übergangen werden, wie sie oben angedeutet wurden.

Der 84ten Uebung ist wieder eine Zusammenstellung beigefügt, die zur bessern Einübung und Wiederholung des Erlernten dienen soll.

Den schwächern Schülern nachzuhelfen, und um den Mechanismus zu verhüten, stelle der Lehrer sowohl mündliche, als schriftliche Uebungen an, ähnlich den folgenden:

6 × 8 = 5 × 9 = 4 × 5 = 6 × 6 = 10 × 2 = 3 × 3 = 7 × 4 ꝛc. Oder: 6 × (mal) wie viel sind 42? 5 × mal wie viel sind 25? 3 × wie viel sind 18? wie viel sind 40? ꝛc.

Ferner mag der Lehrer folgende Zahlen anschreiben, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 30, 32, 35, 36, 40, 42, 45, 48, 49, 50, 54, 56, 60, 63, 64, 70, 72, 80, 81, 90, — mit der Frage: Welche Paare von Faktoren geben diese Zahl? z. B. 2 besteht aus 2 mal 1 oder 1 × 2 ꝛc. Endlich könnte man diese Zahlen auch außer der Ordnung vorsagen oder aufschreiben, und die Faktoren angeben lassen.

85.

Der Multiplikand dieser Beispiele ist zwei oder mehrstellig; jedoch ist die Einheiten-, oder wohl auch die Zehnerstelle durch Null bezeichnet. Der Multiplikator ist einstellig. Die Lösungsart der Denkrechnungen ist bei dem ersten Beispiele angegeben. In den Zifferrechnungen könnte auch eine Verwechslung vorgenommen, d. h. der Multiplikand zum Multiplikator mit einer vorgesetzten Null gemacht werden. Allein diese Uebung gehört auf die Stufe, „mit zwei- oder dreistelligen Zahlen zu vermehren.“

So wohl in diese, als auch in die folgenden Uebungen sind jedesmal zwei oder wohl gar drei Stufen zusammengezogen, was unter Voraussetzung, daß die Schüler das Vorangegangene sicher und gründlich erlernten, wohl kein Sprung genannt werden und ohne Nachtheil geschehen kann.

86.

Auch in den Beispielen dieser Uebung ist der Multiplikand zwei- oder mehrstellig, unterscheidet sich aber von dem der vorigen Beispiele dadurch, daß dieser je-

de oder doch die zweite und dritte Stelle mit werthvollen Zahlen besetzt hat, während jener die niedern Ordnungen nur durch Null bezeichnete. Der Multiplikator ist einstellig, — die Behandlungsart der 85ten Uebung analog.

87.

Der Multiplikand ist drei- oder vierstellig, der Multiplikator einstellig. Die Faktoren der Denkrechnungen überschreiten nie die Zahl 9; wohl aber jene der Zifferrechnungen.

88.

Die hier angeführten Beispiele sollen dazu dienen, auf solche Rechnungen vorzubereiten, bei welchen, um das ganze Resultat zu erhalten, zwei oder mehrere Faktoren zusammengezählt werden müssen. Jeder Lösung gehe folgender Schluß voran: Wenn ein Schmied 6 Lieferungen Eisen erhielt, deren jede 9 Zentner betrug und er noch 5 Zentner vorräthig hatte; so beträgt sein Vorrath 6 × 9 Zentner und noch 5 Zentner. (vide 1te Denkrechnung.)

89.

Der Faktor der Einheiten und bei den Zifferrechnungen der der Hunderter und Tausender, übersteigt die Zahl 9, weßhalb hier das sogenannte „Behalten" u. Zählen zu einer höhern Ordnung vorkömmt. Die Denkrechnungen sind aber leichter zu lösen, wenn die größere Zahl in ihre Theile zerlegt wird, was schon bei den erlernten zwei Rechnungsarten geübt wurde. Hierauf werden mit dem Multiplikator die Zehner, und dann die Einheiten, oder umgekehrt, vermehrt, und dann beide Faktoren zusammengezählt, wie dies die Auflösung der ersten Denkrechnung zeigt.

90.

Die Denkrechnungs = Beispiele dieser Uebung enthalten dreistellige Multiplikanden, die der Zifferrechnungen auch vierstellige. Die Auflösung ist der ersten Denkrechnung beigegeben.

91.

In dieser und den folgenden Uebungen kommen sowohl zwei =, als auch noch mehrstellige Multiplikatoren vor. Gegenwärtige enthält nur einen Zehner. Der ersten Denkrechnung ist die Auflösung beigesetzt; bei den Zifferrechnungen kommt das Vorsetzen einer Null vor.

92.

Die Beispiele dieser Uebung unterscheiden sich von denen der vorigen nur dadurch, daß im Multiplikanden auch Einheiten enthalten sind, was bei jenen nicht der Fall ist. Die Zifferrechnungen enthalten drei = und vierstellige Multiplikatoren.

93 u. 94.

Diese beiden Uebungen sind in der Behandlung, welche jedesmal nach der ersten Denkrechnung kurz angedeutet ist, sich ganz gleich. Sie enthalten nichts anders, als die Vermehrung mit zweistelligen Multiplikatoren, welche auch Einheiten enthalten. In der 94. Uebung jedoch finden sich auch dreistellige Multiplikatoren, was aber nach dem Vorausgegangenen leicht mit dieser vereinigt werden konnte.

95. 96. 97.

Die Denkrechnungen wurden in diesen Uebungen ausgelassen, weil die Reihe nun an drei und vierstellige Multiplikatoren kommt, solche Beispiele also sich nicht mehr zu Denkrechnungen eignen, und nur als Ziffer=

rechnungen ausgeführt werden können. Die 96. Uebung lehrt das Vermehren solcher Multiplikanden, die eine oder mehrere Stellen, und zwar in Mitte der Zahl, durch Null bezeichnet haben. Die 97. Uebung hingegen hat außer solchen Multiplikanden auch ähnliche Multiplikatoren. Die Behandlung solcher Rechnungen ist jedem Lehrer bekannt, weßwegen wir dieselbe übergehen. — Nach der nothwendigen Wiederholung des Vorzüglichsten im Vermehren, gehe der Lehrer zu dem abgekürzten Abziehen oder Theilen über.

Theilen oder Dividiren.

Wie den übrigen Rechnungsarten, so müssen auch dem Theilen bestimmte Uebungen vorangehen, die durch Federn, Striche rc. zu versinnlichen sind.

Solche Vorübungen möchten etwa folgende sein:

Auf einen Strich, oder eine Feder zeigend, spreche der Lehrer: Wie vielmal eine Feder? Zwei Federn zeigend — wie vielmal eine Feder? Zwei Federn, wie oftmal eine Feder? Zwei besteht aus wie vielmal 1? Wie vielmal 1 kann ich von 2 wegnehmen? Warum kann ich 1 zweimal von zwei wegnehmen? Wie oft ist 1 in 2 enthalten? So wird fortgesetzt bis 10. Hierauf werden Uebungen mit der Zahl zwei angestellt.

Der Lehrer zeige zwei Federn und spreche: Wie vielmal zwei Federn sind dies? Wie oftmal zwei Federn kann ich von diesen wegnehmen? Warum kann ich von zwei Federn 1 mal zwei Federn wegnehmen? Wie oft sind 2 in 2 enthalten?

Vier Federn zeigend, spreche der Lehrer: Wie vielmal zwei Federn? 4, wie oftmal 2? 4 besteht also aus wie oftmal zwei? Wie vielmal 2 kann ich von 4 wegnehmen? Warum kann ich 2 von 4 zweimal wegnehmen? Wie oft sind 2 in 4 enthalten? u. s. f. bis 20.

98.

Die vor den Denkrechnungen angeführten Uebungen, welche das Theilen mit der Zahl 1 und 2 enthalten, müssen genau erlernt sein, ehe der Lehrer zu den Denkrechnungen übergehen kann. Damit die Kinder leichter einsehen, daß das Theilen nach dem richtigen Erlernen des Vermehrens nicht so schwierig sei, als manche glauben, und daß es bei dem Theilen nur darauf ankomme, zu dem einen gegebenen Faktor einer Zahl, auch geschwind den andern zu finden, so ist dem Theilen jedesmal der Beweis durch Multiplikation beigefügt. Der Schluß nach der ersten Denkrechnung muß jeder Denkrechnung vorangehen, wenn der Schüler mit Bewußtsein rechnen soll. Dies gilt nicht blos für diese, sondern für alle folgenden Uebungen. Da nach gründlicher Erlernung des Vermehrens das Theilen keinen Anstand mehr darbietet, so möge die Zusammenziehung zweier Stufen in eine entschuldiget werden.

99. 100. 101. 102.

Diese vier Uebungen sind der 98. in der Behandlung ganz gleich und jeder müssen auch ähnliche Versinnlichungen vorangehen. Der letzten dieser Uebungen ist wieder eine Zusammenstellung des Erlernten beigefügt, die zur Wiederholung und Festerbegründung dienen soll. An diese Zusammenstellung reihe der Lehrer noch Fragen außer der Reihe an, wie z. B.: 7 sind in 35 wie oftmal enthalten? 4 sind in 24 wie oftmal enthalten? Oder er schreibe solche Uebungen an die Tafel an: 5 : 30 = 8 : 56 = 3 : 27 = 9 : 54 = ꝛc. Ferner: 6 sind in welche Zahlen 3 ×, 4 ×, 8 ×, 10 × enthalten?

103.

Die Beispiele dieser Uebung enthalten das Theilen in zwei oder noch mehrstellige Dividenden, wobei jedoch nur die Ziffer der höchsten Ordnung eine werthvolle ist. Die Auflösung ist der ersten Denkrechnung beigesetzt. Das Anschreiben und die Verfahrungsart bei Zifferrechnungen muß gezeigt werden. Beides ist so bekannt, daß wir es nicht anzuführen brauchen.

104.

Die Ziffer der höchsten Ordnung im Dividenden ist in den Beispielen dieser Uebung kleiner, als der Divisor, weßwegen sie mit der nächstfolgenden vereint werden muß, um theilen zu können. Die letzte, oder auch die letzten, d. h. niedrigsten Ordnungen sind durch Null bezeichnet. Die Auflösung ist schon bei der ersten Denkrechnung angeführt.

105.

Das Theilen mit einem einstelligen Divisor in einen mehrstelligen Dividenden wird durch diese Beispiele geübt. Sie unterscheiden sich von denen der vorigen Uebung, daß jede Stelle durch eine werthvolle Ziffer besetzt ist.

106.

Bisher kamen nur solche Dividenden vor, in welchen der Divisor ohne Rest enthalten ist. Nun folgen aber solche Beispiele, wo bei dem Theilen auch ein Rest übrig bleibt. Diesen Beispielen müssen aber mehrere versinnlichende Uebungen vorangehen. Solche Vorübungen könnten sein: Das Theilen mit der Zahl zwei. Theiler, Theilungszahl, Produkt. —

Der Lehrer zeige drei Federn und spreche etwa: Wie viele Federn sind dies? Wie oftmal zwei Feder: sind in diesen drei Federn enthalten? Wie viele Federn bleiben noch übrig? Wie vielmal zwei Federn können von drei Federn hinweg genommen werden? Und wie viele bleiben noch? Wie oft sind 2 in 3 enthalten, und was bleibt übrig? 2 getheilt in 3 sind wie vielmal enthalten? Und bleibt? Nun zeige der Lehrer 5, dann 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 Federn und verfahre auf ähnliche Weise. Wie die Zahl zwei, so müssen auch die übrigen Zahlen vorgenommen werden. Sehr zweckdienlich sind auch Fragen, wie Folgende: 4 sind in 19 wie vielmal enthalten? Wie viel bleiben? Um wie viel bleiben Einheiten zu wenig, daß 4 noch um 1 mal mehr enthalten wäre? Wie müßte die Zahl heißen, in welche 4 sollte 5 mal enthalten sein? Hier ist es an dem Platze, daß der Lehrer bemerke, wenn nach dem Abziehen ein größerer Rest bleibe, als der Divisor ist, dieser noch um 1 mal ꝛc. mehr enthalten sei, als anfänglich angegeben wurde. Erst nach solchen Vorübungen gehe der Lehrer zu den Beispielen der 106. Uebung über. Das, was übrig bleibt, lehre der Lehrer nicht als z. B. $^2/_3$ Gulden, $^1/_4$ Ellen ꝛc. ansehen; dies ist Lehre der Brüche. Das Nothwendigste hierüber kommt jedoch schon im II. Bändchen, S. 36 u. f. vor. Für jetzt genügt, wenn die Schüler die übergebliebenen Theile als solche kennen und ansehen lernen.

107.

Die Beispiele dieser Uebung enthalten Dividenden, wo zwar bei dem Theilen in die Ziffer der höchsten oder auch der abwärtsfolgenden Ordnungen ein Rest übrig bleibt, dieser aber mit der letzten Ordnung, den Einheiten, eine solche Zahl gibt, in welcher der Di-

visor ohne Rest enthalten ist. Die Auflösung ist schon der ersten Denkrechnung beigefügt. Die Verfahrungsart bei den Zifferrechnungen näher anzugeben, halten wir für unnöthig, da sie jedem Lehrer genugsam bekannt ist.

108.

Diese Uebung unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß auch nach dem letzten Theilen noch ein Rest übrig bleibt. Die Behandlung ist der vorigen gleich.

109.

Durch die Beispiele dieser Uebung wird das Theilen mit zweistelligen Divisoren geübt, die jedoch nur eine werthvolle Ziffer, und zwar die der höhern Ordnung haben. Die Dividenden sind so, daß sich bei dem Theilen kein Rest ergibt. Wohl aber ergibt sich ein solcher bei den Beispielen der

110. Uebung.

Im Uebrigen ist sie ihr ganz gleich.

111.

Die Divisoren dieser Beispiele sind zwar zweistellig und enthalten sowohl Zehner als auch Einheiten; jedoch ist die Ziffer der letztern Stelle, ohne auf die Ordnungen zu sehen, kleiner, als die der zweiten. Bei den Denkrechnungen bleiben keine Reste, wohl aber manchmal bei den Zifferrechnungen. Dieser Uebung wurde keine Auflösung beigesetzt, um sowohl dem Lehrer als dem Schüler frei zu stellen, diese oder jene Art der Auflösung zu wählen, je nachdem er sie für zweckmäßiger und leichter hält. Auch wollen wir hier diesem Selbstfinden und Selbstwählen nicht vorgreifen,

um so mehr, als größtentheils nur solche Zahlen gewählt wurden, die durch den oftmaligen Gebrauch den Schülern schon vielseitig geläufig geworden sind, mithin wenig Schwieriges darbieten. Bei den Beispielen, welche dreistellige Dividenden haben, müssen sich die Kinder die Zahlen im Gedächtnisse vorstellen und gerade so verfahren, wie bei den Zifferrechnungen.

112.

Schwerer, als die Beispiele der vorigen Uebung, sind die der gegenwärtigen; doch gilt dieses nicht so fast von den Denk-, als Zifferrechnungen. Jene, die Denkrechnungen, enthalten nur Zahlen des großen Einmal Einses, nicht aber, als wollten wir sagen, die Kinder sollten dieses schon erlernt haben, oder noch erlernen; von dieser Meinung sind wir weit entfernt. Ja, wir behaupten, es sei gar nicht einmal nothwendig, das große Einmal Eins zu erlernen, sonst würden wir es bei dem Vermehren angeführt haben; denn durch den öftern Gebrauch solcher Zahlen werden sie ihnen so geläufig, daß sie gleich im Voraus das Resultat der Rechnung zu bestimmen wissen, was ihnen zur Ermunterung und Aneiferung dient, selbst solche Vortheile zu erfinden. Die schon gefundenen Vortheile zu benützen, und neue zu erfinden, und zwar sowohl für das Vermehren, als Theilen, dazu sollen diese Beispiele dienen, die eben jetzt noch nicht nothwendig, aber doch nützlich sind, und später nothwendig werden. Die Zifferrechnungen enthalten zweistellige Divisoren, welche die zweite Stelle durch eine niedere Ziffer, als die erste bezeichnet haben, was zur Folge hat, daß der Divisor nicht so oft enthalten ist, als der erste und bis jetzt gewohnte Anschein glauben machen könnte. Was der Lehrer hiebei zu beobachten habe, glauben wir nicht anführen zu dürfen, da dies genugsam bekannt ist.

Nur glauben wir darauf aufmerksam machen zu müssen, daß es sehr dienlich und gut ist, wenn der Lehrer die fehlerhafte Bearbeitung eines Beispieles so lange fortsetzen läßt, bis sie eben wegen des Fehlers nicht mehr fortmachen können. Sie kommen dadurch bälder zu einer klaren Einsicht.

113.

Die Denkrechnungen würden in dieser und den folgenden Uebungen zu schwer geworden sein, weßwegen sie ausgelassen wurden. Die Zifferrechnungen unterscheiden sich von denen der vorigen Uebung nur dadurch, daß drei- und vierstellige Divisoren vorkommen.

114.

Diese Uebung lehrt das Theilen mit Divisoren, die in der Mitte eine oder zwei Null haben.

115.

In den Beispielen dieser Uebung kommen die Fälle vor, wo durch das erste Theilen entweder gar nichts, oder doch nicht so viel übrig bleibt, damit das Uebriggebliebene mit dem noch dazu zu Zählenden so viel gibt, daß der Divisor noch einmal enthalten wäre, was zur Folge hat, daß eine Null gesetzt werden muß. Auf dies müssen die Kinder eigens aufmerksam gemacht werden, sonst könnten sie verleitet werden, eine Stelle zu überspringen.

II. Bändchen.

Rechnen in ungleich benannten Zahlen.

Haben die Schüler nun in den 4 Grundrechnungsarten mit gleichbenannten Zahlen solche Fortschritte gemacht, daß man behaupten darf, sie lösen nicht nur leichte und etwas schwerere Beispiele mit Gewandtheit, sondern sind auch im Stande, sogleich bei der Angabe zu unterscheiden, zu welcher Gattung das angegebene Exempel gehöre, so ist es Zeit, ihnen das II. Bändchen in die Hand zu geben. In der Regel sollte dieses Ziel während des dritten Jahrganges oder doch bestimmt am Anfange des vierten geschehen können, was selbst bei nicht ganz günstigen Verhältnissen eine nicht sehr überspannte Forderung sein dürfte, besonders wenn das Rechnen gleich am Anfange des Schulbesuches auf die von uns bezeichnete Weise betrieben wird. Uebrigens wollen wir dadurch nicht gesagt haben, es müsse zu dieser Zeit geschehen, denn die Zeit ist ein mißlicher Anhaltspunkt in Beziehung auf das Aufsteigen in den Unterrichtsgegenständen und macht oft Lehrer und Schüler muthlos, wenn man sich streng an sie halten will und nicht kann. Nur die Fortschritte in einem gewissen Lehrgegenstande machen das Vorwärtsschreiten möglich und diese hängen von individuellen Verhältnissen bei Lehrer und Schüler, und oft auch von örtlichen Umständen ab.

Um also keinen Mißgriff zu machen und durch übereiltes Verlassen dessen, was als Vorbedingung zum

Uebergang in eine höhere Stufe unerläßlich nothwendig ist, nicht mehr zu schaden, als zu nützen, prüfe der Lehrer zuerst wohl, ob seine Schüler auch zum nächsten Ziele befähiget seien, oder nicht. Wäre das Letztere der Fall, so müßte ohne Zögern der Rückschritt jetzt gemacht werden, indem er später doch geschehen müßte, und vielleicht gerade dann, wenn die Freude und der Eifer für das Rechnen bereits erloschen, und eine geraume Zeit verstrichen wäre. Ist aber das Erstere der Fall, so möge der Lehrer nun seinen Rechnungsschülern das jetzt folgende II. Bändchen ohne Bedenken in die Hand geben. Hiebei halten wir für sehr nützlich, eines Umstandes zu erwähnen, der von vielen Schullehrern beobachtet wird, und für die Kinder in pekuniärer Beziehung sehr vortheilhaft ist; viele Schullehrer lassen sich um der guten Sache willen die kleine Mühe nicht gereuen, und vertauschen das II. Bändchen mit den Besitzern des ersten, und lassen sich so viel darauf bezahlen, als das erste durch den Gebrauch abgenutzt und weniger werth geworden ist. Dieser Handel ist aber von allem Eigennutze frei, denn er gibt den kleinern Schülern und namentlich ärmern die Büchlein für eben den Preis, wie er dieselben von den größern annahm. Der Preis des Büchleins wird dann auf die Decke geschrieben und um den nämlichen Werth wieder angenommen, wenn es ihn noch hat, oder um so viel weniger, als es mehr verdorben ist. Ein Kind hat z. B. das erste Bändchen sehr geschont, so, daß es höchstens 2 kr. weniger werth ist, dieses bekommt dann das II. Bändchen für 2 kr. und dann eben so das dritte u. s. w. Dieses Verfahren bringt einen doppelten Nutzen, die Kinder sind sorgsam mit ihren Büchlein, wenn sie dadurch für ihre Sorge belohnt werden, daß sie für wenige Kreuzer Daraufgabe das nächste Büchlein erhalten; und verständige Eltern

setzen in ihren Lehrer dieses Umstandes wegen viel mehr Vertrauen, weil sie sehen, daß er auf ihren Vortheil auch bedacht ist und wohl erkennt, wie schwer ärmern Eltern die Erwerbung auch nur weniger Kreuzer kommt.

Von dieser kleinen Abschweifung zurückkommend, berühren wir nun die Behandlungsweise der I. Stufe. Vermischte Beispiele über die vier Grundrechnungsarten in gleichbenannten Zahlen. Die hier vorkommenden Beispiele sind nur Wiederholungen und dienen zum Theile für den Schüler, um seine Kräfte zu messen und zum Theile für den Lehrer, dem es erwünscht sein muß, bald Additions= bald Subtraktions=Beispiele rc. durch einander zu finden, um zu erfahren, ob die Schüler richtig denken und ob ihnen zur vollständigen Fertigkeit in gleichbenannten Zahlen nicht noch einige Aufklärungen mangeln. Hier möge er besonders erforschen, ob die Kinder nur empirisch errathen, welche Grundrechnungsart angewendet werden soll, oder ob sie mit Sicherheit zu Werke gehen; daher gehe er an keinem Beispiele vorüber, ohne daß die Kinder den schon eingeübten Schluß auf dasselbe anwenden, und durch denselben die Sätze herausfinden: a) Wenn g l e i c h e Namen vorhanden sind und es m e h r werden muß, so wird zusammengezählt; — wenn g l e i c h e Namen vorhanden sind, und es w e n i g e r werden muß, so wird abgezogen. — Wenn u n g l e i c h e Namen angegeben sind, und es m e h r werden muß, so wird multiplizirt. — Wenn u n g l e i c h e Namen vorhanden sind und es w e n i g e r werden muß, so wird dividirt. — Das versteht sich wohl von selbst, daß diese Grundsätze den Kindern nicht als todte Regeln gegeben, sondern von den Kindern mit Hilfe des Lehrers gefunden werden müssen. Ein Paar Beispiele werden hier zur Verdeutlichung genügen. Z. B. Nr. 1. Karl erhält rc. Sind bei den Zahlen 36 K r e u z e r

und 21 Kreuzer gleiche Namen oder ungleiche? Er hat 36 kr. und 21 kr.; muß das mehr oder weniger werden? Was muß man also hier mit den 2 Zahlen machen? Warum muß man zusammenzählen? — Oder: Nr. 2. Ein Paquet ꝛc. Sind 7 Kreuzer und 9 Paquet gleiche Namen oder ungleiche? Wenn ein Paquet 7 kr. kostet, muß man für 9 mehr oder weniger bezahlen? Was muß man mit diesen 2 Zahlen vornehmen? Warum multipliziren? ꝛc. So wird nun bei allen Beispielen verfahren, wodurch Gründlichkeit, Deutlichkeit und Sicherheit im Auflösen der Beispiele erzielt und die Denkkraft geübt wird.

Auflösungen der Zifferrechnungen in der I. Stufe.

1. 107 fl.	16. 173 Metzen.
2. 22731 Mann.	17. 3351 fl.
3. 8747 fl.	18. 938 Paare.
4. 3836 fl.	19. 46008 Bäume.
5. 9333 fl.	20. 610 fl.
6. 948 fl.	21. 129,173 fl.
7. 17117 fl.	22. 6'131,552 fl.
8. 219,800 Körner.	23. 46644 fl.
9. 9619 Einw.	24. 9 Piaster.
10. 5161 fl.	25. 155,043 Tannen.
11. 1904 fl.	26. 8063 fl.
12. 103 fl.	27. 4072 fl.
13. 11850 Schläge.	28. 165,357 Nüsse.
14. 68976 mal.	29. 54 fl.
15. 609 fl.	30. 4'130,628 Einw.

II. Stufe.

Beispiele mit mehrern Grundrechnungsarten in gleichbenannten Zahlen.

Pestallozi, Denzel, Müller ꝛc. haben auf dieser Stufe, durch alle Uebungen nur reine, ungenannte Zahlen, von welchen aber die Verfasser nur im ersten Bändchen ausnahmsweise und im zweiten gar keinen Gebrauch mehr machten. Die Erfahrung lehrt, daß Kinder, die mit den reinen Zahlen ganz geläufig operiren können, nicht im Stande sind, ein ganz einfaches praktisches Beispiel, das aus dem Leben genommen ist, zu lösen, weil sie dadurch nur die Zahl, nicht aber die Sache im Auge behalten. Beide sind aber so innig verwandt, daß es ein großer Mißgriff genannt werden darf, wenn man sie so lange trennt. Ein Beispiel von den vielen anzuführen, wird hier sehr belehrend sein. In einer Schule, wo der Lehrer sich bemühte, das Pestallozzische Rechnungswesen durchzuführen, waren die Kinder im Stande, ohne sich lange zu besinnnen, die Frage zu beantworten: Wie viel ist der $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$ und $1/6$ Theil zusammen von 10 mal dem zwölften Theile von 8 mal 9? Alles war darüber verwundert. Der die Schule visitirende Inspektor aber stimmte den Applaus dadurch herunter, daß er einfach zu einem Kinde sagte: Deine Mutter verkauft 3 Pf. 1 Vierl. Butter das Pf. zu 17 $1/2$ kr., wie viel Geld nahm sie ein? — Hier stockten alle Schüler, und nicht ein einziger war im Stande, mit all seinen Verhältnissen und Proportionen, diesen gordischen Knoten zu lösen. — Damit soll aber nicht gesagt sein, daß solche Beispiele, wie oben genannte Pädagogen sie anrühmen, nicht auch ihren Nutzen bringen, wenn sie sparsam und zur gehörigen Zeit angewendet werden. So z. B. stehen bei dem Beginne

dieser Stufe die Fragen ganz am rechten Orte: Wie viel sind 6 × 8 und 3 × 4? 9 × 6 und 7 × 10? 9 × 3 und 4 × 12? ꝛc. oder: Wie viel sind 8 × 7 weniger 4 × 5? 7 × 5 — 3 × 9? 6 × 10 — 9 × 5? 7 × 13 — 9 × 10? oder: 6 × 9 sind wie vielmal 3? 7 × 8 sind wie vielmal 14? Wie oft ist der halbe Theil von 18 in 27 enthalten? Welche Zahl ist in 48 so oft enthalten, als 5 in 2 × 10? u. s. w. Wenn die Kinder auch anfangs zu solchen Fragen große Augen machen, so werden sie doch bald klar sein, wie leicht diese Aufgaben sind, wenn sie nachdenken, welche Grundrechnungsarten angewendet werden müssen; ja sie dürfen kaum nachdenken, denn es liegt dies schon in den Wörtern m a l, u n d ꝛc. Mehr Nachdenken fordern die praktischen Beispiele, weil es sich hier darum handelt, erst durch richtigen Schluß herauszufinden, welche Verfahrungsweise mit den Zahlen vorgenommen werden müsse. Alle Beispiele, welche in dieser Uebung vorkommen, sind geeignet, die Kinder zu prüfen, ob sie im Stande seien, die Rechnungsweisen herauszufinden; darum unterlasse der Lehrer ja diese Prüfung nie, und stelle deßhalb vor der Lösung jedesmal die Fragen: Was muß hier zuerst berechnet werden? Durch welche Rechnungsart kann dies geschehen? Warum? Was wird dann berechnet? Wie? Warum gerade diese Rechnungsart? ꝛc. Wie viele Grundrechnungsarten kommen in diesem Beispiele vor? Hier vorkommende Beispiele, welche nach der Regeldetri gelöſ't werden können, sollen nicht nach dieser Art, wie die Behandlung von Nr. 2. zeigt, bearbeitet werden, sondern sie sind als zwei Beispiele zu betrachten.

Auflösungen der in der II. Stufe vorkommenden Zifferrechnungen.

1. 716 fl.
2. 3290 fl.
3. 169 fl.
4. 1874 fl.
5. 87 fl.
6. 51 fl.
7. Keiner.
8. 292 fl.
9. 24 fl.
10. 5173 fl.
11. 1052 fl.
12. 296,520 fl.
13. 17,098 fl.
14. 95 fl.
15. 1995 fl.
16. 882 fl.
17. 738 fl.
18. 14796 fl.
19. 10 Pferde.
20. 2800 fl.
21. Er gewann und verlor Nichts.

III. Stufe.

Kenntniß und Berechnung der vorzüglichsten Geldsorten.

Bisher haben die Kinder wohl die verschiedenen Operationen im Rechnen vorgenommen, allein nur in gleich benannten Zahlen; und jetzt sollen sie dieselben auch in ungleich benannten Zahlen vornehmen. Um mit ungleich benannten Zahlen umgehen zu können, ist die Kenntniß der Geldsorten ein Haupterforderniß, besonders derjenigen, welche in einem Lande gang und gäbe sind. Allein es genügt durchaus nicht, nur zu wissen, welchen Werth eine größere oder kleinere Geldsorte hat, sondern die Berechnung derselben erfordert auch die Kunst, die Resolvirung und Reduktion (Auflösung und Zurückführung) mit Gewandtheit und Sicherheit auszuführen, und zwar nicht nur in einer einzigen Sorte, sondern in allen möglichen, weil dies von der Nothwendigkeit oft gefordert wird. Fast alle Rechenbücher behandeln diesen Punkt nur im Vorbeigehen, etwa

beim Zusammenzählen oder Abziehen ꝛc. der ungleich benannten Zahlen. Er ist aber von solcher Wichtigkeit, daß viele Schüler darin noch stocken und unbewandert sind, welche schon lange zusammengesetzte Rechnungen verfertigen. Es gewinnt aber diese Stufe an Wichtigkeit nicht nur dadurch, weil sie zu allem Rechnen vorarbeitet und den Grund legt, sondern weil sie im gewöhnlichen Leben von so entschiedenem Nutzen ist, daß derjenige, welcher die vier Grundrechnungsarten und die Resolvirungen und Reduktionen gründlich versteht, selbst dann gut fortkommt, wenn er ein Gewerbe hat, das täglich mit Rechnungsgeschäften verbunden ist. Endlich faßt diese kleine Stufe, die anscheinend so unbedeutend ist, besonders für das Denkrechnen, so viel in sich, als sonst ganze Werke. Welchen Theil von Holzapfels Rechnungsbuch zum Denkrechnen nimmt nicht die Sechser-, Groschen-, Schilling- ꝛc., Kronenthaler- ꝛc. Rechnung ein! Möge darum der Lehrer diese Stufe recht gründlich und sicher einüben, er wird für das ganze Rechnungswesen den schwersten Kampf bestanden haben! —

Die Methode, welche bei dieser Stufe angewendet werden dürfte, ist sehr leicht und einfach und springt bei einem flüchtigen Ueberblicke sehr schnell in die Augen. — Bevor der Lehrer beginnt, mache er den Kindern begreiflich, oder mache er sie vielmehr aufmerksam, daß es verschiedene Geldsorten gebe, denn sie werden gewiß schon von Gulden, Sechsern, Kronenthalern, preußischen Thalern ꝛc. gehört haben: ferner: daß einige Geldsorten von Gold, andere von Silber und andere von Kupfer geprägt seien und daß die Geldsorten, wenn auch nicht als wirlich vorhanden, doch gedacht und berechnet werden können. So könne man sagen: Ich gebe 6 fl. oder 1 Kronenthaler und bezahle doch nicht in diesen Münzen. Die Ausprägung der

sonst fingirten Geldsorte, des Guldens, möchte er als eine besondere Vorsicht zur Erleichterung des Geldzählens*) von unserm allgeliebten Könige schildern, wobei er durch Vorzeigung dieser schönen Münze gewiß die Freude der Kinder erregt. Ferner bemerke er, daß alle Geldsorten, bis auf die kleinste, den Heller, in kleinere aufgelöst werden können, und daß meistens die Benennung der niedern Sorte aufhöre, wenn von derselben so viele vorhanden sind, daß sie eine höhere Sorte geben, und wie nothwendig es sei, daß man die höhern Sorten im Rechnen auflösen, bei Kauf und Verkauf aber wechseln lassen könne; und endlich entwickle er die Begriffe von auflösen und zurückführen (resolviren und reduziren), indem er den Kindern zeigt, wie z. B. ein Gulden, oder mehrere, in Sechser verwandelt werden könne, und so umgekehrt, und lasse ihnen dann die Grundsätze festbehalten: „Auflösen der Geldsorten heißt, höhere in niedere derselben Art verwandeln; und Zurückführen der Geldsorten heißt, niedere in höhere verwandeln.“ Daß durch dieses Verfahren, wobei zum erstern das Multipliziren, zum letztern aber das Dividiren angewendet werden muß, der primitive Werth sich nicht verändere, leuchtet ein.

Hierauf läßt er die vorangeschickte Bemerkung, aus was die Geldsorte jedesmal bestehe, lesen, entwickelt den Grund, warum die größere Sorte gerade so viele, und nicht mehr und nicht weniger kleinere in sich habe. Z. B. der Gulden hat 10 Sechser, weil ein Sechser 6 und ein Gulden 60 kr. hat und $6 \times 10 = 60$ sind. Haben dann die Kinder diese Voraussetzung gehörig inne, so geht er zum Berechnen der aufgeführten Beispiele über. Zuerst wird das Beispiel entweder von

*) Den höhern Grund, die Verwirklichung unsers allgemein angenommenen nationalen Rechnungssystems dürften diese Kinder kaum verstehen.

dem Lehrer oder von einem Schüler gelesen, dann wird geschlossen, welche Rechnungsart anzuwenden sei, und dann das Beispiel berechnet. Z. B. Nro. 1. Wie viele Kreuzer geben 2 fl.? Schluß: Wenn 1 fl. 60 kr. hat, so haben 2 fl. 2 mal 60 kr. — Hier muß multiplizirt werden. 2 × 60 = 120. —

Auflösungen der Zifferrechnungen.

1. Berechnung der Guldentheile.

1. a. 2796 kr. b. 4068 kr. c. 5957 kr. d. 14,709 kr. e. 20,180 kr.
2. a. 1123, b. 2032, c. 2263, d. 7209 Hlbb.
3. a. 689, b. 553, c. 975, d. 4971, e. 15,929 Gr.
4. a. 443, b. 1016, c. 1484, d. 5410 Bz.
5. a. 267, b. 587, c. 811, d. 2710 Fünfer.
6. a. 7250 Sechs., b. 5800 Schll., c. 4350 Zehner, d. 3625 Zwölfer, e. 2900 Fünfz., f. 2175 Zwzg., g. 1450 halbe Gulden.
   a. 18430 Sechs. b. 14744 Schll., c. 11058 Zehn., d. 9215 Zwölfer, e. 7372 Fünfz., f. 5529 Zwanz., g. 3686 hlb. Gld.
7. a. 9 fl. 8 kr. b. 16 fl. 38 kr. c. 12 fl. 47 kr. d. 64 fl. 2 kr. e. 113 fl. 10 kr.
8. a. 11 fl. 18 Hlbb. b. 16 fl. 29 Hlbb. c. 32 fl. 7 Hlb. d. 54 fl. 28 Hlb. e. 197 fl. 20 Hlb.
9. a. 37 fl. 8 Gr. b. 48 fl. 7 Gr. c. 71 fl. 16 Gr. d. 462 fl. 3 Gr. e. 500 fl.
10. a. 11 fl. 5 F. b. 29 fl. c. 218 fl. 4 F. d. 447 fl. 6 F.
11. a. 54 fl. 8 Sechs., 68 fl. 4 Sch., 91 fl. 2 Zehner, 109 fl. 3 Zw. 137 fl. 182 fl. 2 Zwz. 274 fl.
    b. 65 fl. 81 fl. 2 Sch. 108 fl. 2 Zw. 130 fl. 162 fl. 2 F. 216 fl. 2 Zwz. 325 fl.
    c. 93 fl. 7 Sechs. 117 fl. 1 Sch. 156 fl. 1 Z. 187 fl. 2 Zw. 234 fl. 1 F. 312 fl. 1 Zwz. 468 fl. 1 hlb.
    d. 104 fl. 8 Sechs. 131 fl. 174 fl. 4 Z. 209 fl. 1 Zw. 262 fl. 349 fl. 1 Zwz. 524 fl.

2. Eintheilung des Kreuzers.

1. a. 111 Zw. b. 414 Zw. c. 1897 Zw.
2. a. 462 pf. b. 4179 pf. c. 9309 pf.
3. a. 478 hl. b. 1186 hl. c. 2757 hl. d. 23,275 hl.
4. a. 2 fl. 43 kr. b. 4 fl. 29 kr. c. 6 fl. 20 kr. d. 27 fl. 1 Zw. e. 48 fl. 5 kr. 1 Zw.
5. a. 40 kr. 2 pf. b. 44 kr. 1 pf. c. 49 kr. 3 pf. d. 59 kr. 3 pf.
6. a. 1 fl. 46 kr. 3 pf. b. 2 fl. 14 kr. 2 pf. c. 3 fl. 6 kr. 3 pf. d. 16 fl. 5 kr. e. 101 fl. 31 kr. 3 pf.
7. a. 19 kr. 7 hl. b. 42 kr. c. 1 fl. 32 kr. 4 hl. d. 2 fl. 2 kr. 2 hl. e. 7 fl. 37 kr. 4 hl. f. 10 fl. 25 kr. 4 hl.

3. Berechnung des Kronenthalers.

1. a. 351 Sechs. 702 Gr. 2106 kr. b. 729 Sechs. 1458 Gr. 4374 kr. c. 945 Sechs. 1890 Gr. 5670 kr. d. 1512 Sechs. 3024 Gr. 9072 kr. e. 2403 Sechs. 4806 Gr. 14,418 kr.
2. a. 4 Kr. 110 kr. b. 5 Kr. 153 kr. c. 23 Kr. 114 kr. d. 20 Krth.
3. a. 6 Kr. 36 Gr. b. 11 Kr. 4 Gr. c. 13 Kr. 51 Gr. d. 23 Kr. 33 Gr. e. 102 Krth.
4. 503 Krth.
5. a. 116 fl. 6 kr. b. 194 fl. 24 kr. c. 218 fl. 42 kr. d. 378 fl.

4. Vom Bayerthaler.

1. a. 9648 kr., b. 3216 Gr., c. 1608 Sechs., d. 804 Zw., e. 402 Vrzw.
2. a. 55,296 kr., 18432 Gr., 9216 Sechs., 4608 Zw., 2304 Vrzw.
   b. 80,928 kr., 26,976 Gr., 13,488 Sechs., 6744 Zw., 3372 Vrzw.
   c. 96,624 kr., 32,208 Gr., 16,104 Sechs., 8052 Zw., 4026 Vrzw.
3. a. 9 Bth., 27 Bth., 54 Bth., 108 Bth., 216 Bth.
   b. 22 Bth. 72 kr., 67 Bth. 24 Gr., 135 Bth., 270 Bth., 540 Bth.
   c. 39 Bth. 14 kr., 117 Bth. 14 Gr., 234 Bth. 14 Sechs., 469 Bth. 2 Zw., 938 Bth. 2 Vrzw.
4. 230 fl. 24 kr.
5. 62 Bth.
6. 64 Krth.

7. 126 Bth.
8. 4931 Krth. 15 Sechs.

5. Vom sächsischen Thaler.

1. 5292 kr.
2. a. 3024 Gr., 1512 Sechs., 756 Zw.
b. 3492 Gr., 1746 Sechs., 873 Zw.
c. 4896 Gr., 2448 Sechs., 1224 Zw.
3. 19 sächs. Th.
4. a. 28 s. Th. 18 Gr., b. 22 s. Th.
5. a. 17, b. 24, c. 41 s. Th.
6. a. 218, b. 336, c. 420 s. Th.
7. 5 s. Th. 3 Sechs.
8. 36 Krth.
9. 24 s. Th.
10. 65 s. Th. 3 Zw.

6. Vom preußischen Thaler.

1. 22 pr. Th.
2. a. 48, b. 57 c. 91 pr. Th.
3. a. 7 pr. Th. 25 Gr., b. 16 pr. Th. 34 Gr., c. 33 pr. Th. 33 Gr.
4. 35 Krth.
5. 32 pr. Th. 32 Gr.
6. 28 Bth. 21 Gr.
7. 72 pr. Th.
8. 70 s. Th.

7. Vom Reichsthaler.

1. 27 Reichsth.
2. a. 35, b. 46, c. 128 Rchsth.
3. a. 19, b. 27, c. 48 Rchsth.
4. 27 Rchsth.
5. 45 Rchsth.
6. 72 Rchsth.
7. 35 s. Th. 15 Sechs.
8. 64 pr. Th. 10 Gr.

8. Von den Goldmünzen.

1. 80 Duk. 7 Zwz.
2. 97 Duk. 9 Hlbg.
3. 249 fl. 1 Zwz.
4. a. 539 fl., b. 957 fl., c. 1826 fl., d. 5874 fl., e. 95040 fl., f. 319,000 fl.
5. a. 49 K., b. 631 K. c. 879 K.
6. 85,264 fl.
7. 66,807 fl.
8. 194 Frchsd. 2 fl.
9. 371 D. 8 Zehner.

IV. Stufe.

Kenntniß der vorzüglichsten Maße und Gewichte.

Diese Stufe unterscheidet sich von der vorigen nur dadurch, daß hier statt Münzsorten, Maße und Gewichte resolvirt und reduzirt werden; die Nothwendigkeit und der Nutzen sind der vorigen gleich, so wie die Behandlungsart, weßhalb auch eine erweitertere Anweisung unnöthig erscheint.

Auflösungen der Zifferrechnungen.

1. Flächen- und Längenmaß.

1. 1'130,007 □ Schuh.
2. 31,383 Rth.
3. 691 Zoll.
4. 230,000 Schr.
5. 746 Rth. 8 Sch.
6. 44 Jauch. 80 Dez.
7. 2500 Jchrt.

2. Getreide- und Mehlmaß.

1. 640 Mßl.
2. 5209 Dr.
3. 3045 Dr.
4. 8454 Dr.
5. 4 Sch. 4 Mtz.
6. 4 Sch. 2 Mtz. 2 Vrl.
7. a. 4 Sch. 5 Metz. 2 Mßl.
   b. 7 Sch. 2 Mtz. 1 Vrl. 2 Mßl.
   c. 10 Sch. 2 Vrl.
   d. 35 Sch. 3 Mtz. 3 Vrl.

3. Getränke-Maß.

1. 2365 Mß.
2. 2162 Schpp.
3. 6908 Schpp.
4. 12,720 Mß.
5. 6243 Schpp.
6. a. 1 F. 39 Mß., b. 1 F. 1 Ohm 20 Mß., c. 2 F. 2 Ohm 1 Eim., d. 9 F. 3 Mß.
7. a. 1 Ohm 1 Eim. 56 M. 2 Sch., b. 3 Ohm 25 Mß., c. 1 F. 1 Ohm 1 Eim. 45 Mß.

4. Papier-Maß.

1. 5462 Buch.
2. 481 Bch.
3. 7720 Bg.
4. 1 R. 10 Bch. 8 B.
5. 7 R. 11 Bch.

6. a. 3 Bch. 19 Bg., b. 1 Rß. 6 Bch 10 Bg., c. 3 Bll. 9 Rß. 10 Bg., d. 32 Bll. 1 Rß. 14 Bch. 16 Bg.

5. Zeitmaß.

1. 213,006 St.
2. 5'256,000 M.
3. 2'570,400 Sek.
4. 2280 Arbt.
5. 15'299,580 M.
6. 21 Jah. 181 T.
7. 18 Jah. 21 W.
8. 18 Jah. 3 M. 6 T. 12 St.
9. 13 T. 48 M.
10. a. 1 T. 3 St. 44 M. 6 Sek., b. 1 T. 19 St. 33 M. 52 Sek., c. 6 T. 10 St. 33 M. 56 Sek.

6. Krämergewicht.

1. 12,055 Lth.
2. 11,076 Qutl.
3. 54,413 Lth.
4. 2745 Pfgwcht.
5. a. 1 Zt. 75 Pf., b. 1 Zt. 19 Pf. 6 Lth., c. 5 Zt. 17 Pf.
6. a. 1 Zt. 54 Pf. 4 Lth. b. 1 Zt. 98 Pf. 5 Lth. 2 Qt., c. 13 Zt. 81 Pf. 15 Lth. 2 Qtl.
7. a. 3 Vrl. 2 Lth. 3 Qtl., b. 1 Pf. 1 Vrl. 6 Lth. 3 Qtl. c. 10 Pf. 2 Vrl. 6 Lth. 2 Qtl.

7. Goldgewicht.

1. 335 Karat.
2. 202 Grän.
3. 3485 Gran.
4. 9842 Grän.
5. a. 1 M. 4 Unz. 1. K. b. 3 Pf. 1 M. 4 Unz. 2 K. 2 Gran. c. 18 Pf. 1 Krt.
6. a. 17 Pf. 1 M. 6 Unz. 2 Krt. b. 36 Pf. 4 Unz. c. 71 Pf. 6 Unz. 2 Krt.

V. Stufe.

Kenntniß der römischen Zahlen.

In Geschichtsbüchern, auf Denkmälern und Inschriften kommen nicht selten römische Zahlzeichen vor, darum ist es gewiß nicht unnöthig, wenn der Lehrer seine Schüler auch auf diese aufmerksam macht. Da aber in keinem sonstigen Gegenstande diese Zahlzeichen neben den gewöhnlichen arabischen Ziffern aufgestellt

sind, so glaubten die Verfasser keinen Fehler zu thun, die Kenntniß derselben hier aufzunehmen, wenn sie auch zum eigentlichen Rechnungsunterrichte gerade nicht nothwendig ist. Der Lehrer lasse nun als schriftliche Uebung die römischen Zahlzeichen nachbilden und ihren Werth dazu schreiben; dann übe er die Kinder im Ausdrucke verschiedener Zahlen durch römische Zeichen, indem er entweder willkürliche Zahlen diktirt, oder solche an die Schultafel anschreibt, und in jenen Zeichen ausdrücken läßt. Zur Uebung im Lesen der römischen Zahlen sind einige Beispiele aufgeführt, bei welchen besonders in Nro. 4. und 5. auf die gehörige Endung Rücksicht zu nehmen ist, weil da die römischen Zahlzeichen nicht als Grund-, sondern als Ordnungszahlen gelesen werden müssen. Z. B. Nr. 4. Vom Jahre 1027 bis 1070 regierten in Bayern Heinrich der Vierte, ein Sohn des Kaisers Konrad des Zweiten, Herzog der Rheinfranken; Heinrich der Siebente von Luxemburg, ein Neffe Heinrich des Fünften, Konrad der Erste von Zütphen; Heinrich der Achte, ein Sohn des Kaisers Heinrich des Dritten, Konrad der Zweite, Sohn desselben Kaisers; Agnes, Wittwe des Kaisers Heinrich des Dritten und Otto der Erste, Graf von Nordheim.

VI. Stufe.

Kenntniß der Brüche.

Obwohl diese Stufe die Aufschrift führt: „Kenntniß der Brüche," so ist dadurch nicht gemeint, daß hier der vollständige Unterricht über die Brüche vorgenommen werden soll, denn dieser ist einer spätern Zeit vorbehalten. Die Kinder haben das Theilen vollständig inne, sie verstehen die verschiedenartigen Eintheilungen der Münzen, Maße und Gewichte, und sind

darum vorbereitet, zu begreifen, daß einzelne Theile einer höhern Art nicht nur mit ihrem eigenthümlichen, sondern auch mit dem Namen der höhern Art belegt werden können. Der Lehrer mache nun die Kinder zuerst auf das Entstehen, Bestehen, Lesen und Anschreiben der Brüche aufmerksam, und umgehe alle andern Verhältnisse derselben, damit sie nicht eine zu hohe Meinung von diesem Unterrichte hegen, und schon vor dem Beginne zaghaft werden. Er erzähle ihnen daher etwa: Wir kommen jetzt zu den Brüchen oder zu den gebrochenen Zahlen. Es trifft sich oft, liebe Kinder! daß eine Zahl mit einer andern getheilt werden soll, bei welcher der Dividendus (die Theilungszahl) kleiner ist, als der Divisor (der Theiler); da kann nun freilich nicht getheilt werden. Z. B. 4 Schüler sollen 3 Bogen Papier theilen; hier kann ich nicht sagen 4 in 3 gehen, denn vier sind in 3 nicht enthalten, darum muß die Theilung unterbleiben. Soll ich nun aber doch angeben, was es einem Schüler treffe, so muß ich sagen: Wenn 4 Schüler 3 Bogen Papier zu theilen haben, so trifft es jedem den 4ten Theil von 3 Bogen; um aber kürzer zu reden, sagt man nicht: den 4ten Theil von 3 Bogen, sondern Dreiviertel-Bogen. Dies $^3/_4$ ist also ein Bruch und bedeutet weniger, als 2 Bogen. Nun zertheilt der Lehrer wirklich 1 Bogen in 4 Theile und fragt: Was habe ich gethan? Wie viele Theile habe ich gemacht? Jedes Blatt ist also welcher Theil vom ganzen Bogen? Statt der vierte Theil sagt man nun kurz, Viertel. Zwei solche Blätter sind? Drei solche Blätter sind? und 4 solche Blätter sind? Diese von euch ausgesprochenen Brüche wollen wir nun sogleich anschreiben. Zuerst will ich also schreiben: Was für ein Bogentheil ist ein Blatt? Also $^1/_4$. Wie viele Zahlen werden da ausgesprochen, wenn ich sage: Ein Viertel? Das Wort Viertel oder

vielmehr diese Zahl sagt mir, was? Das Wort oder die Zahl Ein sagt mir? — Also seht, wir brauchen zum Anschreiben eines jeden Bruches 2 Zahlen, 1stens Eine, welche angibt, in wie viele Theile das ganze getheilt sei, und 2tens Eine, welche angibt, wie viele solche Theile vorhanden, oder vom Ganzen genommen worden seien. Diese 2 Zahlen werden aber nicht nebeneinander, sondern übereinander geschrieben, und durch einen wagrechten oder etwas schiefen Strich getrennt. Hier steht $^1/_4$. Wer schreibt mir nun $^2/_4$, $^3/_4$, $^4/_4$? Jetzt will ich jeden Theil wieder theilen. (Er thut es.) Wie viele Theile habe ich jetzt aus einem ganzen Bogen? Wie heißt ein solcher Theil? Wie viele Achtel sind dies? dies? rc. Schreibt diese Brüche auf! —

Haben nun die Kinder begriffen, was ein Bruch ist, wie er entsteht, wie er geschrieben und ausgesprochen wird, so lasse er die erste Uebung einige Mal lesen, wobei er auf die richtige Aussprache sieht, und mitunter Fragen aufstellt, in wie viele Theile wohl das Ganze getheilt sei, und wie viele von demselben vorhanden seien. Dann läßt er Nr. 2 und 3 ausarbeiten.

Bei Nro. 4. macht er zuerst aufmerksam, wie viele Halbe-, Viertels- und Achtels-Bogen zu einem ganzen nothwendig seien und zeigt, daß, wenn so viele Theile vorhanden sind, als das Ganze getheilt worden ist, daraus wieder ein Ganzes entstehe, und läßt dann die Aufgabe bearbeiten. Die Antworten bei dieser Aufgabe sollen aber deutlich und in einem vollständigen Satze abgefaßt sein. Z. B. zu einem Ganzen sind $^2/_2$ nöthig rc.

Ein vorzügliches Gewicht lege der Lehrer auf die Anwendung der Brüche als Münz-, Maß- und Gewichttheile, denn dies ist nicht nur eine Wiederholung

der Kenntniß aller dieser Sorten, sondern leistet dem Rechnen, und ganz besonders dem Denkrechnen sehr großen Vorschub. Die Aufgaben sind hier so bestimmt gegeben, daß sie der Lehrer wohl nicht verkehrt behandeln wird, besonders stellt Nr. 1. dar, welche Fragen über jeden Bruch gestellt werden können und sollen. Besondern Anlaß geben diese Uebungen zur Anfertigung von Tabellen, was als Hausaufgabe geschehen kann. Z. B.

¼ fl. gilt 15 kr., 4 geben einen Gulden.
⅕ „ „ 12 „, 5 „ „ „
u. s. w.

Eben so umgekehrt.

1 kr. ist 1/60 fl. — 60 geben einen Gulden.
2 „ sind 1/30 „ — 30 „ „ „
3 „ „ 1/20 „ — 20 „ „ „

Oder man läßt von einem Gulden=, Kronenthaler=Theile rc. den mehrfachen Werth dieser Theile aufzeichnen. Z. B.

1/12 fl. ist 5 kr.	1/27 Kronenth. gilt 6 kr.
2/12 fl. sind 10 kr.	2/27 „ gelten 12 kr.
3/12 fl. „ 15 „	3/27 „ „ 18 kr.
u. s. w.	u. s. w.

VII. Stufe.

Zusammenzählen ungleich benannter Zahlen.

Die Behandlungsweise dieser Rechnungsbeispiele ist so einfach und leicht, daß es unnöthig sein dürfte, mit vielen Worten den Raum zu füllen. Wie das Denkrechnen dem Zifferrechnen überall vorangesetzt ist, so ist es auch hier, und so soll es der Lehrer üben. Er lasse den Kindern Zeit, die aufgezählten Rechnungsbeispiele zu überdenken, namentlich im Denkrechnen, und gebe sie dann bei geschlossenen Büchern zur öffentlichen Bearbeitung auf. Das Denkrechnen wird auf verschiedene

Weise betrieben. Man gibt entweder das Beispiel an, und läßt es einem Schüler gleich bearbeiten, oder man läßt es allen Schülern in der Stille berechnen, wobei sie dann ein Zeichen geben, daß die Lösung vollendet sei, auch halten die Schüler eine Kreide bei sich und schreiben die Auflösung mit großen Ziffern heimlich auf die Tafel, welche sie dann auf ein Zeichen des Lehrers zeigen, wodurch der Nachschwätzerei vorgebeugt wird. Diese letztere Denkrechnungsweise verdient vor der lauten den Vorzug, weil sie den Eifer erregt und die Kinder anhält, ohne alle Mithilfe zu rechnen. Einen schönen Anblick bietet eine Schule, im Denkrechnen begriffen, dar, wenn die Kinder mit geschlossenem Munde rechnen, weil da das störende Flüstern aufhört. Sehr gut fanden die Verfasser, wenn man den Kindern die ganze Bearbeitung der Denkrechnungen auf die Tafel schreiben ließ. — Ueber das Zifferrechnen wird hier nur aufmerksam gemacht, daß der Lehrer auf ein richtiges Anschreiben zu sehen habe. Ueberhaupt ist bei allen diesen Uebungen auf Gründlichkeit zu sehen; lieber möge ein Beispiel 6 und 7 mal, als 7 Beispiele nur einmal berechnet werden, damit alle Schüler gleichzeitig fortschreiten und nicht von allem Etwas lernen und dann im Ganzen nichts können.

Auflösungen der Zifferrechnungen zu dieser Stufe.

1. 36 fl. 43 kr. 3 hl.
2. 6 fl. 52 kr. 3 pf.
3. 139 Ell. 2 Vrtl.
4. 54 Sch.
5. 22 Rth. 9 Sch. 9 Z.
6. 26 Fd. 11 E. 59 Mß 3 Sch.
7. 86 Jahre.
8. 13 Zt. 94 Pf. 31 Lth.
9. 68 Krl. 10 fl. 58 kr.
10. 104 Schb. 59 Sch.
11. 959 fl.
12. 23 Ballen.
13. 20 Ztner.
14. 136 Kl.
15. 93 Sch. 2 Mtz. 3 Vrl. 3 Drß.
16. 73 Jch. 300 Rth.
17. 23 Fd. 2 Schp.
18. 236 Jahre.
19. 72 Z. 73 Pf. 3 V. 6 Lth.

20. 1696 fl. 24 kr. 1 hl.
21. 637 Schb. 49 Grb.
22. 36 Bll. 18 Bch. 16 Bg.
23. 12 Mrk. 21 Kr. 2 Gran 1 Grän.
24. a. 22 fl. 24 kr. b. 18 fl. 26 kr. c. 62 fl. 44 kr.

VIII. Stufe.

Abziehen ungleich benannter Zahlen.

Kein Lehrer wird eine Anleitung nöthig haben, wie dieser Unterricht zu betreiben sei, denn es ist die Methode hier so einfach, als die Auflösung der Beispiele. Es wird Niemanden befremden, daß die Altersberechnungen hier aufgeführt sind, da sie augenscheinlich zu dieser Stufe gehören; möge der Lehrer diesen Punkt nicht gleichgültig ansehen! —

Auflösungen der Zifferrechnungen.

1. 1 Sch. 4 Mtz. 2 Mßl.
2. 4 fl. 9 kr. 3 hl.
3. 6 fl. 13 kr. 6 hl.
4. 54 kr.
5. 45 kr. 6 hl.
6. 36 fl. 38 kr. 2 pf.
7. 18 fl. 42 kr. 6 hl.
8. 88 fl. 17 kr. 2 pf.
9. 245 fl. 46 kr. 1 pf.
10. 4 Sch. 1 Mtz. 1 Vrl.
11. 45 Sch. 3 Mtz. 2 Vrl.
12. 38 Sch. 2 Mtz. 3 Vrl.
13. 492 Sch. 4 Mtz. 2 Vrl. 3 Mßl.
14. 22 Pf. 3 Vrl.
15. 44 Zt. 54 Pf.
16. 56 Pf. 2 Vrl.
17. 33 Zt. 97 Pf. 8 Lth.
18. 356 Zt. 48 Pf. 3 Vrl.
19. 1 E. 15 Mß. 3 Qrt.
20. 23 E. 45 Mß. 2 Qrt.
21. 38 E. 53 Mß. 3 Qrt.
22. 23 E. 59 Mß. 2 Qrt.
23. 3 E. 11 Mß. 2 Qrt.
24. 2 Bll. 7 Rß. 19 Bch.
25. 16 Bch. 4 Bg.
26. 6 Bll. 9 Rß. 11 Bch. 22 Bg.
27. 125 fl. 23 kr. 2 pf.
28. 142 fl. 15 kr. 2 hl.
29. 4874 Sch. 4 Mtz. 1 V.
30. 3 Pf. 8 Lth.
31. 22 Zt. 72 Pf. 3 Lth.
32. 121 Zt. 63 Pf. 14 Lth.

33. 56 E. 33 Mß. 1 Qrt.
34. 2 Rß. 1 Bch. 12 Bg.
35. 644 fl. 44 kr. 4 hl.
36. 51 Zt. 99 Pf. 2 Vrl.
37. 171 E. 35 Mß. 1 Qrt.
38. 39 Jchrt. 78 Dez. 2 R.
39. 27 Jchrt. 49 Dez.
40. 33 Schob. 4 Garb.
41. 19 Kar. 3 Gr. 2 Grän.
42. 5 M. 9 Krt. 1 Gr. 2 Gr.
43. 3 Mtz. 2 Vrl. 1 Dr.
44. 10 Jahr 2 M. 14 Tg.
45. 5 J. 8 M. 12 T. 19 St.
46. 3 St. 20 M. 30 Sek.
47. 17 Minut. 29 Sek.
48. 31 Jahr 3 M. 22 Tg.
49. 19 Jahr 11 M. 2 Tg.
50. 7 J. 3 M. 15 Tg.
51. 31 J. 2 M. 5 Tg.
52. a. 41 J. 10 M. 24 T.
b. 36 J. — M. 11 Tg.
53. —
54. —
55. den 26. Okt. 1815 Morgens 3 Uhr.
56. den 28. März 1769 Morg. 2 Uhr.
57. den 9. Okt. 1828 Morgens 4 Uhr 44 Min.
58. —

IX. Stufe.

Vervielfältigen (Multipliziren) ungleich benannter Zahlen.

Wo das Rechnen so betrieben wird, daß vorzüglich der Verstand dabei thätig ist, da nehmen die Beispiele dieser Stufe eine wichtige Stelle ein; denn alle Rechnungsbeispiele, bei welchen von einem Stücke auf mehrere, wenn gleich ungleichnamige, gerechnet werden muß, gehören hieher. Zwar wurden solche Beispiele meistens nach dem Regeldetri-Ansatze berechnet, allein dieser Ansatz ist mechanisch und wird so leicht wieder vergessen. Die Erfahrung bestätigt, daß selbst Leute, welche einmal das Rechnen gründlich lernten, solche Multiplikationen ohne Anstand dem Verstande nach entweder im Kopfe oder vermittelst Ziffern schnell und richtig lösten, was als Fingerzeig dienen möchte, daß diese Verfahrungsweise bildender und haltbarer ist, als der durch Regeln zur Maschine gemachte Regeldetri-

Ansatz. Gewiß wird der Vorwurf, daß die Kinder wohl in der Schule ganz vortrefflich, aber zu Hause nicht rechnen können, unsere Lehrer nicht mehr treffen, wenn sie es dem Ermessen der Kinder überlassen, wie dies oder jenes Beispiel gelöst werden kann, und wenn sie dieselben anhalten, bei jedem vorkommenden Beispiele den schon oft erwähnten und auch hier bei Nro. 1. zum Zifferrechnen beispielweise angeführten Schluß bilden lassen. Das Rechnen an sich und die Art und Weise, wie gerechnet werden soll, sind mechanisch, aber das „Warum“ fordert Kenntniß und Nachdenken, und von der Beantwortung dieser Frage hängt die Vollkommenheit und Vollständigkeit alles Unterrichtes und insbesondere des Rechnens ab.

Die Beispiele dieser Stufe können vorzüglich auf zweifache Weise bearbeitet werden; man unterläßt nämlich die Resolvirung oder die Verwandlung der höhern Sorten in niedere in allen Fällen, wo es nicht gerade nöthig ist, besonders beim Multiplikanden und wendet sie also theilweise an; oder man nimmt die Verwandlung sowohl des Multiplikanden, als des Multiplikators bis in das kleinste Maß sogleich vor, und beginnt dann erst die Hauptoperation. Mit beiden Arten sollen die Schüler vertraut werden, weßhalb der Lehrer bei jedem Beispiele zu fragen hat, wenn der Schluß zeigt, daß multiplizirt werden muß: Was muß nun aber dem Multipliziren vorangehen? Welche Theile dieser Rechnung können unter Eine Summe gebracht werden? Welche müssen unter Eine Summe gebracht werden? Warum ist dies nothwendig?

Was die übrige Behandlung dieser Stufe von Seite des Lehrers betrifft, wird keine fernere Anleitung nothwendig sein; nur das ist noch zu bemerken, daß der Lehrer zur sichern Ueberzeugung, ob die Kinder diese Stufe gut inne haben, auch denselben selbst Bei-

spiele anfertigen und bearbeiten lassen kann, was bei jeder der jetzt folgenden Stufen berücksichtiget werden dürfte.

Auflösungen der Beispiele:

1. 68 fl. 24 kr.	16. 59 fl. 56 kr.
2. 41 fl. 47 kr.	17. 96 fl. 25 kr.
3. 710 fl. 36 kr.	18. 42 fl. 42 kr.
4. 84 fl. 40 kr. 2 pf.	19. 99 fl. 12 kr.
5. 6 fl. 25 kr.	20. 14 fl. 1 kr. 2 pf.
6. 5 fl. 43 kr. 3 pf.	21. 30 fl. 34 kr. 2 pf.
7. 351 fl. 3 kr.	22. 127 fl. 21 kr.
8. 28 fl. 40 kr. 2 pf.	23. 32 fl. 4 kr.
9. 173 fl. 36 kr.	24. 136 fl. 18 kr. 3 pf.
10. 110 fl. 25 kr. 2 pf.	25. 733 fl. 1 kr. 2 pf.
11. 433 fl. 46 kr.	26. 2735 fl. 40 kr.
12. 129 fl. 3 kr.	27. 2263 fl. 12 kr.
13. 558 fl.	28. 1287 fl. 36 kr.
14. 196 fl. 42 kr.	29. 1772 fl. 24 kr.
15. 94 fl. 4 kr.	30. 2736 fl. 42 kr. 2 pf.

X. Stufe.

Theilen (Dividiren) ungleich benannter Zahlen.

Das Theilen ist der Gegensatz zum Multipliziren und steht an Wichtigkeit demselben keineswegs nach; darum findet das zur vorigen Stufe Gesagte seine volle Anwendung auch hier.

Mehr Schwierigkeit, als die Denkrechnungen in den bisherigen Stufen bieten dieselben in dieser dar, weil es einer Rechnung nicht jedesmal anzusehen ist, in welche Theile eine höhere Sorte resolvirt werden muß. Dies ist aber nur bei jenen Theilungen der Fall, welche zum Divisor unbequeme Guldentheile haben. Z. B. Nro. 47. 11 Ellen Band kosten 4 fl. 35 kr.,

wie theuer kommt 1 Elle? — Sollte dies Beispiel nach Art der Zifferrechnungen gelöst werden, so würde man die Gulden und Kreuzer unter Eine Summe bringen und diese mit 11 theilen. Beim Denkrechnen ist aber diese Operation schwierig, besonders wenn größere Zahlen angegeben werden; darum könnte man die 4 fl. 35 kr. zu Fünfer auflösen, weil sie sich in reine Fünfer auflösen lassen. Sie geben 55 Fünfer, diese mit 11 getheilt, trifft auf 1 Elle 5 Fünfer oder 25 kr. — Eben so geben bei Nro. 48. die 17 fl. 36 kr. reine Sechser und bei Nr. 50. die 7 fl. 56 kr. reine Batzen. Sicherer aber bleibt immer die Behandlungsweise solcher Beispiele, wie sie in der Anmerkung auf Seite 66 angeführt ist.

Weniger schwierig sind die Zifferrechnungen, und die Behandlungsart ist so leicht, daß wohl alle Bemerkungen entbehrlich sein dürften. Daß das Theilen, wie das Multipliziren auf zweifache Weise geschehen kann, nämlich ohne Resolvirung, wenn der Theiler schon eine reine Sorte und mit der Fragezahl gleichnamig ist, wie in Nro. 1. Auflösung a.; oder mit Resolvirung des Ganzen, Auflösung b., ist bekannt und auch in der Ausarbeitung des ersten Beispieles ersichtlich.

Auflösungen der Zifferrechnungen.

1. 8 fl. 36 kr. 1 pf.
2. 78 Pf.
3. 161 fl. 28 kr.
4. 27 fl. 43 kr.
5. 20 fl.
6. 69 fl. 2 kr.
7. 1 fl. 18 kr. 3 pf.
8. 6 kr. 2 pf. restirt 42.
9. 2 Ztnr. 56 Pf. *
10. 184 Ruthen.
11. 1 Schrt. 6 Dez. 2 Rth.
12. 1 Sch. 5 Mtz. 3 Vrl.
13. 5 Unz. 2 Krt. 3 Gr.
14. 7 Rß. 11 Bch. 13 Bg.
15. 7 Jahr 9 Mon. 18 Tg. 5 Std.
16. a. 280 Krthlr. 156 kr.
    b. 644 Krth. 19 Sechs.

c. 2210 Krth. 33 Gr.
17. a. 342 Krl. b. 633 Krl. 5 fl. c. 1630 K.
18. a. 135 Bth. 36 kr. b. 226 Bth. 24 Gr. c. 311 B. 9 Sechs. d. 591 Bth. 10 Zw.
19. a. 80 pr. Thlr. 27 kr. b. 123 pr. Th. 28 Gr. c. 318 pr. Th. 5 Fünfz.
20. 13 kr 1 pf.
21. 35 kr. 5 hllr.
22. 1 kr. 5 hl. *
23. 20 kr. 4 hl. *
24. 5 hllr. *
25. 4 kr. 3 pf. *
26. 54 kr.
27. 3 Sch. 4 Mtz. rest. 2
28. 1 Zt. 17 Pf.
29. 4 Rß. 16 Bch.
30. 2 Pf. 8 Lth.
31. 5 U. 1 Kr. 3 Gr. rest. 27.
32. 105 mal.
33. 1 E. 31 Mß. 3 Sch.
34. 1300 Grb.
35. 88 Ell.
36. 27 Krth.
37. 23 Karol.
38. 28 Schrt.

XI. Stufe.

Multiplikations-Divisions-Beispiele.

Haben die Kinder sich sowohl die Multiplikation, als Division zum vollen und sichern Eigenthume gemacht, so ist der nächste Schritt zu solchen Beispielen vorbereitet, bei welchen zugleich multiplizirt und dividirt werden muß. Wenn in irgend einem Punkte eine große Verschiedenheit in den Ansichten der Pädagogen herrscht, so ist dies hier der Fall; die Einen lösen diese Beispiele nach dem Regeldetri-, die Andern nach dem reesischen Ansatze, wieder Andere verwandeln sie in reine Proportionen und noch Andere in einen Zweisatz u. s. w. Jeder nimmt Gründlichkeit und Deutlichkeit für sich in Anspruch und zieht seine Ansichten denen der Andern vor, und man sieht sich wirklich in Verlegenheit, wenn man die verschiedenen Grundsätze vergleicht und die von dem Einen aufgestellten den Andern vorziehen will. Allein ohne Anwendung des logisch-arithmetischen Schlusses sind alle diese Behand-

lungsarten mechanisch, und nur mit der Anwendung desselben können sie als Abkürzungsmittel gebraucht werden. Das Schlußgeschäft bildet also die Hauptsache in einer Auflösung, weßhalb die geistbildende Methode so lange jedes Abkürzungsmittel ausschließt, bis die Kinder auf schulgerechtem Wege zur Einsicht der Sache gelangt sind, und mit Bewußtsein das Beispiel nach seinem Calcul regelmäßig zu behandeln wissen, bei welcher Behandlung erst der kürzeste Weg zulässig ist. Ja später, wenn der Schüler Fertigkeit und Sicherheit erlangt hat, kann man die abgekürzte Form beibehalten, wie dies in der mündlichen Rede geschieht; denn ich sage z. B. „Dieser Knabe ist gut," ohne den Schluß schulgerecht aufzustellen, der etwa so lauten würde:

Obersatz: Alles, was so ist, wie es sein soll, ist gut.
Untersatz: Dieser Knabe ist so, wie er sein soll.
Schlußfolge: Mithin ist der Knabe gut.

Wie man also bei diesem Satze Ober- und Untersatz voraussetzt, d. h. sich als wirklich bestehend denkt, so denkt man sich auch bei gewöhnlichen arithmetischen Schlüssen den Obersatz voraus, der Untersatz enthält die Bedingung und der Schluß das Mittel zur Auflösung; oder: Man nimmt den ersten Theil der Bedingung zum Obersatze, den zweiten zum Untersatze und aus der Frage entwickelt man den Schluß. Z. B. 3 Ellen Tuch kosten 7 fl., wie theuer sind 18 Ellen?

Obersatz: 3 Ellen Tuch kosten 7 fl.
Untersatz: Nun kauft man 18 Ellen solches Tuch.
Schluß: Folglich kosten diese 18 Ellen 18 mal den dritten Theil von 7 fl.

Werden diese Sätze aber nicht ausgeschieden, so lautet der Schluß: a. Wenn 3 Ellen 7 fl. kosten, so kosten 18 Ellen, 18 mal den dritten Theil von 7 fl. oder den dritten Theil von 18 mal 7 fl. — Oder b:

Wenn 3 Ellen 7 fl. kosten, so kostet 1 Elle $^7/_3$ fl. und 18 Ellen 18 mal $^7/_3$ fl. — Oder c: Wenn 1 Elle 7 fl. kosten würde, so kosteten 18 Ellen 18 mal 7 fl. = 126 fl. Da aber 3 Ellen 7 fl. kosten, so kosten 18 Ellen auch den dritten Theil von 126 fl. = 42 fl.

Man sieht bei den unter a, b, c abgekürzten Schlüssen gleich den Unterschied. Ad a. setzt voraus, daß die Kinder schon früher mit dem Schlusse bekannt gemacht geworden seien, wo er nur einfach war, wie wir es stets zur Bedingung machten; dann wird das Verstehen keine Schwierigkeit darbieten. Wir haben als Muster diesen Schluß im Rechnungsbüchlein beibehalten, weil er nicht nur kürzer ist, sondern auf einmal die ganze Operation in sich begreift. Ad b. führt auf die effektive Einheit zurück und bedingt zuerst eine reine Division und dann eine reine Multiplikation. Diese Verfahrungsweise eignet sich am Meisten zum Denkrechnen, besonders dann, wenn die Schüler mit Brüchen gewandt umgehen können. Ad c. geht von der fingirten Einheit aus und führt dann erst nach der Multiplication durch die Division auf den effektiven Stand zurück. Die Behandlungsweise eines Beispieles nach diesem Schlusse ist ad a. gleich, nämlich zuerst Multiplizіren und dann erst Theilen und richtet sich nach der gewöhnlichen Regel beim Regeldetri-Ansatze: Das zweite und dritte Glied werden mit einander multiplizirt und dann wird mit dem ersten getheilt. Diese Regel wird aber durch den Schluß ganz entbehrlich, weil schon derselbe ausspricht, was mit den Gliedern geschehen muß. Zudem ist jene Regel schon darum unsicher, weil oft das Beispiel unrecht angesetzt wird, wogegen wir keinen Ansatz nöthig haben; — der richtige Schluß weist uns die vorzunehmenden Operationen an. Daß bei allen diesen Rechnungen gleichartige Dinge vorher unter Eine Summe gebracht werden

müssen, zeigt das Beispiel der Zifferrechnungen Nro. 2. und versteht sich von selbst.

Nun könnte aber ein Schluß doch noch falsch werden, wenn nicht eine Vergleichung der Glieder zu einander angestellt wird, um zu erfahren, ob ihr Verhältniß gerade oder verkehrt sei. Zeigt diese Vergleichung: Je mehr, desto mehr, so ist das Verhältniß gerade; zeigt sie aber: Je mehr, desto weniger, so ist das Verhältniß verkehrt. Z. B. 4 Mader mähen in einer gewissen Zeit 6 Jauchert, wie viel mähen 12 Mader? Vergl.: Je mehr Mader, desto mehr Jauchert. Das Verhältniß ist gerade. Schluß: Wenn 4 M. 6 Jauchert mähen, so mähen 12 M., 12 mal den 4ten Theil von 6 Jauchert. — Heißt aber das Beispiel: 4 Mader mähen eine Wiese in 6 Stunden, wie lange brauchen dazu 12 Mader? so heißt die Vergleichung: Je mehr Mader, desto weniger Zeit; dies Verhältniß ist verkehrt, und es wird geschlossen: Wenn 4 Mader 6 St. brauchen, so brauchen 12 Mader den 12ten Theil von 4 mal 6 Stunden. Oder, wenn der Schluß zuerst auf die wirkliche Einheit geht: Wenn 4 M. 6 St. brauchen, so braucht 1 M. 4 mal 6 St. = 24 St. und 12 M. den 12ten Theil von 24 St. = 2 St. Durch die mündliche Erklärung wird dies den Kindern bald klar sein, und fehlerhafte Schlüsse werden selten erscheinen.

Haben sich nun die Schüler im Schließen und Vergleichen tüchtig geübt, so werden die ohnehin für die vorgeschrittenen Schüler leichten Denkrechnungen wenig Schwierigkeit darbieten, und es bleibt nun noch zu erörtern, welchen Ansatz der Lehrer zur Ausarbeitung der Zifferrechnungen wählen soll. Hierüber sagt Denzel: „Ueberhaupt, wenn die Schüler nur einigermaßen zum Selbstdenken gewöhnt sind, so beschränke man sie in der Art der Auflösung nicht. Ueberra-

schende Versuche der Kinder, auf eigene Weise die Aufgaben zu lösen, belohnen nicht selten des Lehrers Geduld."

Unser erstes Beispiel zeigt die Ausarbeitung auf fünferlei Weise, nämlich a. ohne Ansatz, wo zuerst getheilt und dann multiplizirt wird, nach dem Schlusse b. (sieh oben); b. ohne Ansatz, wo zuerst multiplizirt und dann getheilt wird, nach den obigen Schlüssen a. und c.; c. nach dem Regeldetri-Ansatze ohne Verkleinerung; d. nach dem Regeldetri-Ansatze mit Verkleinerung; und e. nach dem reesischen Ansatze. Diesen hätten noch beigefügt werden können: Der hotzische Ansatz, der Zweisatz und die Proportion. Auf die letztere Art legen viele und namentlich Pestalozzi, Denzel rc. ein großes Gewicht; allein für Landschulen taugt sie wenig, da sie durch sehr viele Uebungen vorbereitet werden muß, wenn sie verstanden werden soll, wozu die Zeit mangelt. Eine Anweisung zu diesen verschiedenen Berechnungsarten würde zu weit führen; diese findet sich in jedem praktischen Rechenbuche und eine Anzahl von Gründen anzuführen, welcher Ansatz rathsam sei, ist um so weniger nothwendig, da wir, wie oben gesagt, namentlich am Anfange keinen bestimmten Ansatz wünschen und da später nicht viel daran liegt, nach welcher Art das Beispiel berechnet wird; dies also dem Lehrer überlassend, empfehlen wir die Kenntniß mehrerer Ansätze und kommen dann später bei zusammengesetzten Rechnungen auf diesen Gegenstand.

Auflösungen der Zifferrechnungen.

a. in geradem Verh.

1. 185 fl.
2. 50 kr. 3 pf.
3. 6 fl. 24 kr.
4. 30 fl. 25 kr.
5. 12 fl. 7 kr. 2 pf.
6. 6 fl. 5 kr. 3 pf.
7. 20 fl. 36 kr. 2 hllr.
8. 19 fl. 50 kr.
9. 29 fl. 4 kr.

10. 315 fl. 48 kr.
11. 125 fl. 20 kr. 2 pf.
12. 85 fl. 24 kr.
13. 143 fl. 41 kr. rest. 73.
14. 26 fl. 21 kr. 3 pf.
15. 233 fl. 12 kr.
16. 20 fl. 32 kr.
17. 56 Krthlr.
18. 98 Bth.
19. 1946 fl. 5 kr.
20. 2168 fl. 39 kr.
21. 22 f. Th. 54 kr.

b. in verkehrtem und vermischtem Verh.

1. 12 Tage.
2. 24 Stücke.
3. 5 Pf.
4. 4 Tg.
5. 13 M.
6. 204 fl.
7. 12000 M.
8. 324 fl.
9. 9775 fl.
10. 27 Fuder.
11. 100 Ztner.
12. 9 Brk.
13. 106 fl. 58 kr. 3 pf.
14. 14 Zt. 13 Pf. rest. 117.
15. 1 J. 4 M. 26 T.
16. 411 fl. 45 kr. rest. 211761.
17. 1 Ell.
18. 6 Lth. 3 Qt. rest. 3.
19. 35 fl. 26 kr. 1 pf.
20. a. 12 Gg. b. 8 Sch. 4 Mtz. 1 Mßl.

XII. Stufe.

Beispiele mit mehreren einfachen Grundrechnungsarten.

Theils um die Schüler zu prüfen, ob sie die vorhergehenden Stufen gut durchgemacht und gründlich inne haben und theils um ihre Fertigkeit zu vermehren, folgen nun Beispiele, welche verschiedene Rechnungsarten erfordern. Das Erste, was die Kinder hier zu thun haben, ist die Ausscheidung der nothwendigen Grundrechnungsarten; d. h. sie sollen durch arithmetische Schlüsse finden, wie bei dieser oder jener Rechnung verfahren werden müsse und was vorzunehmen sei. Sind sie dies im Stande, so ist ihnen die Ausführung leicht. Daher stelle der Lehrer mit seinen Schülern über jedes der vorkommenden Beispiele eine kurze

Betrachtung an, damit sie ja das Fazit nicht empirisch treffen, und hüte sich, ihnen zu sagen, hier muß addirt, hier multiplizirt und hier getheilt werden; oder, das mußt du so und so machen; aufmerksamen und fleißigen Schülern würde er dadurch keinen Gefallen erweisen, und trägen würde er zur Trägheit Unterstützung gewähren.

Die Denkrechnungen befassen sich hier mit den unbequemen Gulden- und andern Theilen, welche in 2 bis 3 Zahlen zerfällt, besonders berechnet und dann addirt werden müssen; sie machen einen wichtigen Theil im Rechnungsunterrichte aus, weßhalb ihre gründliche Einübung von wesentlichem Nutzen ist.

Die Zifferrechnungsbeispiele sind aus dem im täglichen Leben Vorkommenden genommen, und ihre vielfache Zusammensetzung soll den Schülern Gelegenheit geben, sich sowohl im Denken, als im Rechnen zu üben.

Am Schlusse dieses Theiles wurden noch ein Paar Etate beigefügt. Die Schüler wachsen heran, und man kann es kaum glauben, wie bald es sich trifft, daß sie zu Gemeindeämtern berufen werden; deßhalb ist es für sie gewiß wichtig, wenn sie vom Gemeindewesen jetzt schon einen Begriff erhalten. Und wollte man auch nicht so weit denken, so können die Schüler doch ihren Vätern an die Hand gehen und ihnen zeigen, daß die Schule nichts unberührt läßt, was zur Wohlfahrt und zum Nutzen der Menschen dient. Manche Väter sehen dies als einen erstaunlichen Fortschritt der Schule an, wenn ihre Söhne und Töchter in dem in ihren Augen so ungemein erschwerten Gemeinde-Rechnungswesen Kenntnisse haben, und werden dadurch immer mehr und mehr für die Schule gewonnen. Darum möge sich der Lehrer die Mühe nicht gereuen lassen, die Kinder anzuhalten, diese Etats auszuarbeiten und ihnen

die vorkommenden Titel zu erklären. Er wird, besonders bei dem Armen-Etat gewiß selbst hingerissen werden, die bereits allgemeine Antipathie gegen das Rechnungswesen zu zerstreuen, die weise Vorsorge unsers allgeliebten Königs, für das Wohl der Unterthanen, hervorzuheben und die Wichtigkeit eines geordneten Gemeinde-Haushaltes zu zeigen. Ja, er wird mit leichter Mühe das Gefühl für Wohlthätigkeit anregen und vom Bettel abschrecken können.

Auflösungen der Zifferrechnungen.

1. 2277 fl. 36 kr.
2. 15 kr. 1 pf. *
3. Um 21 kr. 3 pf. zu viel.
4. 1 fl. 35 kr.*
5. 28 Ellen rest. 109.
6. 57 fl. 50 kr. 3 pf.
7. 183 fl. 59 kr. 7 hl.
8. 4 fl. 38 kr. $^{4}/_{17}$ pf.
9. 105 fl. 44 kr. 3 pf.
10. Der Herr hat jetzt gut 8 fl. 32 kr. 1 pf.
11. 15 fl. 38 $^{1}/_{3}$ kr.
12. Er gewann 11 fl. 2 pf. 1 hl.
13. 164 fl. 44 kr.
14. 87 fl. 48 kr.
15. 35 fl. 27 kr.
16. 6 fl. 30 kr. $^{11}/_{23}$ pf.
17. 504 fl. 49 kr. 2 pf.
18. a. Ausgabe: 369 fl. 26 kr. 1 pf.
    b. Aktiv-Rest: 114 fl. 28 kr. 2 pf.
19. a. 20 Kühe.*
    b. Gewinn: 664 fl. 22 kr. 4 hl.
20. Passivrest: 152 fl. 58 kr. 1 pf.
21. Aktivrest: 116 fl. 56 kr. 1 pf.

Anm. Die mit * bezeichneten Beispiele sind bei der zweiten Auflage etwas abgeändert worden.

III. Bändchen.

Rechnen mit Brüchen, und Behandlung der übrigen Verhältnisse.

Titl. I. und II.

Wiederholung der Grundrechnungsarten mit ungleich benannten Zahlen in vermischten Beispielen; und Wiederholung der Multiplikations-Divisions-Beispiele.

Wer die Wichtigkeit der in diesen beiden Stufen vorkommenden Beispiele, welche schon im II. Bändchen enthalten waren, erkennt, wird sich nicht befremden, daß sie auch in diesem dritten Bändchen wiederholt werden. Diese Wiederholung hat einen doppelten Zweck, nämlich a. um diese unumgänglich nothwendigen Beispiele tüchtig einzuprägen und die Fertigkeit mehr zu begründen; und b. um dem Lehrer und den Schülern Gelegenheit zu geben, diese wichtigen Beispiele auch dann wieder zur Hand nehmen zu können, wenn die letzten allein und schon lange im Besitze des dritten Bändchens sind. Das dritte Bändchen enthält alles, was für eine dritte Klasse in den deutschen Werktagsschulen und für eine Sonntagsschule nothwendig ist; ja, was der Bürger und Handwerksmann im bürgerlichen Leben braucht; weßhalb es das Rechnen für das gemeine Leben erschöpft; darum darf es ohne die andern zwei Bändchen dem vorangeschrittenen Schüler allein

in die Hand gegeben werden. Einen Mangel würde es aber alsdann darbieten, wenn die in den Stufen I und II vorkommenden Beispielen nicht nochmal in das Gedächtniß zurückgerufen, wiederholt würden. Wenn daher das dritte Bändchen ganz durchgearbeitet ist, so darf der Lehrer seinen Schülern nicht mehr zur Wiederholung das zweite zur Hand nehmen lassen, sondern er darf nur wieder von vorn beginnen, und er findet vom ganzen zweiten Bändchen eine kurze Wiederholung desselben in sorgfältig ausgewählten Beispielen in den ersten zwei Stufen.

Was die Denkrechnungen in diesen beiden Stufen betrifft, so wurden sie von Manchen als zu schwierig angesehen; allein Solche scheinen nicht zu bedenken, daß die Kinder die Rechnungsbüchlein in den Händen haben, zu welchem Zwecke sie abgefaßt sind, und wodurch sie sich auf die Lektion vorbereiten können und sollen. Wenn nun aber eine Denkrechnung vorher überdacht und berechnet werden kann, so darf sie wohl mit Recht schwieriger gestellt werden. Auch ist in diesem Betreffe zu bemerken, daß schon bereits tausend Beispiele in stufenweiser Ordnung vorangegangen sind; die, wie wir voraussetzen müssen, durchgemacht werden, ehe Jemand über die Tauglichkeit dieser Beispiele urtheilt. Ferner bieten die im täglichen Leben vorkommenden Beispiele nicht immer, ja selten, die Gelegenheit dar, die einstudirten Vortheile zu benützen; weßhalb in der Schule gewiß auch solche Beispiele aufgestellt werden müssen, welche unbequemere Zahlen enthalten. Endlich hängt es auch von dem Lehrer ab, ob er seinen Kindern durch erläuternde Fragen den Schlüssel in die Hand gibt, oder geben kann, damit sie die Art und Weise der Auflösung finden; ob er die Beispiele selbst vorher durchdacht habe, damit er nicht anstehe, Aufschluß zu geben, wenn er darum gebeten wird, und

ob er das Frühere nicht zu flüchtig und oberflächlich behandelt habe. Gewiß, wer sich in diesen letztern Punkten nichts vorwerfen lassen darf, der wird die Beispiele der Ordnung gemäß nicht zu schwer finden; sie sind es aber auch schon darum nicht, weil man sich mit keinen Brüchen zu befassen hat, da alle Beispiele so gestellt sind, daß sie aufgehen; nur ist darauf zu achten und darüber nachzudenken, ob es besser sei, das Beispiel auf die wirkliche Einheit zurückzuführen wie bei Nro 1. 2. 3. 4. 5. 6. bis 12 auf der 6. u. 7. Seite, — oder ob man mit der Theilzahl in die Multiplikationszahl zuerst theilen solle, um zu sehen, wie vielfach der angesetzte Preis ꝛc. zu nehmen sei, wie in den Beispielen Nro. 13 — 16. Die übrigen Beispiele sind vermischt, und können auf verschiedene Weisen berechnet werden.

Bei den Zifferrechnungen im verkehrten Verhältnisse ist bei einigen Beispielen absichtlich ein unnöthiges Glied angegeben, das zur Berechnung gar nicht berücksichtiget werden darf, um die Kinder im Denken zu üben. Z. B. Nro. 22. heißt: 7 Pferde verzehren 13 Schäffel Haber in 136 Tagen; wie lange brauchen dazu 28 Pferde? Hier sind 13 Schäffel Haber das unnöthige Glied, denn man hätte eben so gut sagen können: „ein gewisses Quantum Haber:" und, wollte man dieses Glied in die Rechnung nehmen, so müßte es zweimal geschehen, was sich wieder aufheben würde.

III. Stufe.

Vollständige Kenntniß der Brüche.

Im zweiten Bändchen wurde den Kindern Gelegenheit gegeben, die Entstehung der Brüche, anschaulich gemacht an sinnlichen Gegenständen, einsehen zu lernen, sie zu lesen, anzuschreiben und als Münz-, Maß-

und Gewichttheile zu betrachten. Nun soll aber diese oberflächliche Kenntniß in eine vollständige umgewandelt werden; das Kind soll jetzt mit allen Operationen vertraut gemacht werden, welche mit Brüchen vorgenommen werden können. Daß hiezu vor allem eine richtige Anschauung der Brüche die erste Vorbedingniß sei, versteht sich von selbst, denn nur mit dem, was ich mit dem Auge des Geistes vollkommen durchschaue, was in mir zum klaren Bewußtsein gekommen ist, kann ich operiren. Um diese Anschauung zu begründen, entwickle der Lehrer das Entstehen der Brüche aufs Neue an sinnlichen Gegenständen, z. B. an einem Apfel, Bogen Papier ꝛc. wie es oben schon kurz angedeutet wurde und wie es in vielen pädagogischen Schriften dargestellt ist, und wie es besonders Straßer in seinem Werke: Systematische Entwicklung der Zahlverhältnisse zum Denk- und schriftlichen Rechnen ꝛc. I. Thl. Reines Denkrechnen. Seite 170. ff. auf eine einleuchtende und gründliche Weise zeigt.

Sind die Schüler über den Begriff von den Brüchen im Reinen, so zeige ihnen der Lehrer an denselben ihre Verschiedenheit, nach welcher sie eingetheilt werden, in reine und gemischte, in echte und unechte; ferner die Auflösung der unechten in gemischte und umgekehrt, und die Verwandlung der zusammengesetzten Brüche in einfache echte. Um diese Behandlungsweise kurz zu zeigen, möge folgende einfache Beleuchtung hinreichen:

Ihr wißt noch, l. K., was ein Bruch ist, wie er gesprochen und geschrieben wird, und was die beiden Zahlen, die bei einem Bruche vorkommen, ausdrücken; jetzt aber sagt mir, ist zwischen den Brüchen $^2/_3$ und $^6/_3$ auch ein Unterschied? Habe ich ein Ganzes, wenn ich $^2/_3$ habe? Welche Zahl ist hier kleiner, der Zähler oder der Nenner? Wie verhält es sich aber bei $^6/_3$, ist

hier auch der Nenner größer? Weil hier mehr Theile vorhanden sind, als zu einem Ganzen erfordert werden, was folgt hieraus? (Daß Ganze darin sind.) Darum seht, jene Brüche, welche kein Ganzes enthalten, heißen echte und diese unechte. — Welcher Unterschied ist in den Brüchen $^1/_4$ und 3 $^1/_4$? Diesen fandet ihr gleich, es ist nämlich der, daß beim erstern Bruche keine, beim letztern aber Ganze standen, darum heißt man den erstern einen reinen, den letztern einen gemischten Bruch. Die gemischten Brüche kann man aber auch zu reinen machen; könnt ihr errathen, auf welche Weise? Was kann man aus jedem Ganzen machen? Wenn ich nun 3 Ganze habe, wie viele Viertel geben sie? Ich hatte aber 3 und $^1/_4$; muß nun das Viertel nicht auch noch dazu? Wie viele Viertel geben mithin 3 $^1/_4$? Was für ein Bruch sind $^{13}/_4$? Was habt ihr jetzt gethan? Wie könnt ihr $^{13}/_4$ wieder in einen echten Bruch verwandeln? u. s. w. Bei dem ersten Unterrichte sprachen wir auch von halben Dritteln, halben Vierteln, 2c. ist nun zwischen $^1/_4$ und $^1/_2/_4$ auch ein Unterschied? Wie viele Zahlen höre ich beim ersten und wie viele beim zweiten Bruche? Da wir aber zu einem einfachen Bruche nur zwei Zahlen brauchen, so muß $^1/_2/_4$ kein einfacher Bruch sein; was für ein Bruch könnte dies sein? Ein zusammengesetzter ist er; aber welcher Bruchtheil ist doppelt vorhanden, der Zähler oder der Nenner? Dies zu erkennen, dürft ihr nur auf die Aussprache merken; ein ist, was? halb, ist auch ein Zähler, sagt man halb, wenn 2 der Zähler ist? Viertel, ist wieder, was? Folglich haben wir 2 Nenner; diese dürfen wir nur mit einander multipliziren, so erhalten wir einen einfachen Nenner und auch einen einfachen Bruch. Thut dies! —

Nach der Eintheilung der Brüche werden die Kinder auf den **Werth** derselben aufmerksam gemacht.

Diese Uebung ist zu den verschiedenen Rechnungsarten mit Brüchen unumgänglich nothwendig, und muß vorausgehen, weil es für Kinder sonst nicht begreiflich wird, daß Zähler und Nenner mit einer Zahl multiplizirt oder dividirt werden dürfen, ohne daß sich der Werth verändere. Die praktische Behandlung bei diesem Punkte ist sehr einfach und dürfte, wenn es nothwendig ist, wieder mit Hilfe der Versinnlichungsmittel vorgenommen werden. Z. B. Um den Schluß zu entwickeln: Je größer der Zähler ist, desto größer ist der Werth des Bruches; kann der Lehrer 4 Quartblätter in die Hand nehmen und fragen: Was habe ich hier? Was geben 4 Viertelsbogen? Wie viele habe ich jetzt (1 Blatt haltend)? Welcher Bruch drückt mehr aus $1/4$ oder $4/4$? Welcher Theil des Bruches ist in den beiden Brüchen verschieden? Wie wird also der Bruch, wenn der Zähler vermehrt wird, größer oder kleiner? rc. Jetzt wollen wir sehen, ob dies auch beim Nenner der Fall ist. Welcher Bruch hat mehr Werth $1/7$ oder $1/8$? Welcher Theil des Bruches ist in diesen zweien verschieden? In welchem ist der Nenner größer? Welcher hat aber mehr Werth? Welchen Schluß könntet ihr nun bei dem Nenner im Gegensatze zum vorigen abziehen? (Je größer der Nenner ist, desto weniger ist der Werth des Bruches.) Dies wollen wir an verschiedenen Brüchen untersuchen, und gerade Guldenbrüche in Kreuzer auflösen, damit wir es recht deutlich einsehen $1/2$ und $1/6$ fl. — $1/5$ und $1/30$ fl. — $3/5$ und $1/5$ fl. — $11/12$ und $3/12$ fl. rc. —

Wenn ihr die obigen 2 Grundsätze: Je größer der Zähler ist, desto größer ist der Werth des Bruches, und: Je größer der Nenner ist, desto kleiner ist der Werth des Bruches, recht erwäget, so werdet ihr mir auch ohne Mühe sagen können was geschieht, wenn ich den Nenner des Bruches $4/8$ mit 4 vermehre, wer kann

dies? Ist dieser Bruch jetzt auch 4 mal mehr geworden? Ich will aber $^4/_8$ mit 4 vermehren, welche Zahl muß ich vermehren? — Jetzt will ich den Nenner des Bruches $^4/_8$ mit 4 getheilt wissen, wer kann dies? Wie heißt jetzt der Bruch? Ist er vermehrt oder vermindert worden? Wodurch ist der Bruch $^4/_8$ diesmal vermehrt worden? — Nun will ich den Zähler in $^4/_8$ mit 4 getheilt wissen, welcher Bruch entsteht dabei? Ist hier unser Bruch vermehrt oder vermindert worden? wie vielmal weniger ist er geworden? Wodurch? Wie wird mithin der Werth eines Bruches vermehrt? (Wenn die Schüler es nicht ganz sagen, so helfe ihnen der Lehrer durch Fragen auf die Antwort: Wenn man mit einer Zahl entweder den Zähler multiplizirt oder den Nenner dividirt.) Auf welche Weise wird der Werth eines Bruches vermindert? (Wenn der Zähler getheilt oder der Nenner multiplizirt wird.) Beispiele zur Uebung. Nachdem der Lehrer dies an vielen Beispielen erklärt hat, frage er wieder: Was geschieht, wenn ich bei einem Bruche z. B. $^3/_4$ den Zähler mit einer Zahl, z. B. mit 6 vermehre? (Dann wird der ganze Bruch mit 6 vermehrt.) Und was geschieht, wenn ich bei dem nämlichen Bruche den Nenner mit 6 vermehre? (Dann wird der Bruch mit 6 vermindert.) Jetzt will ich aber beide Bruchtheile, Zähler und Nenner, mit 6 multipliziren; was geschieht wohl dann; wird dann der Bruch vermehrt oder vermindert? — Sollten die Kinder dies nicht finden, so helfe der Lehrer nach, daß sie einsehen, wenn der Bruch mit 6 vermehrt, und zugleich mit 6 vermindert wird, so ändert sich sein Werth nicht. Nur eines ändert sich, der Bruch wird in größern Zahlen ausgedrückt; darum nennt man dies das Vergrößern der Brüche. Eben auf diese Weise zeigt der Lehrer das Verkleinern der Brüche. Bei diesen beiden Uebungen kommt dem

Lehrer das Rechnungsbüchlein zu Hilfe, in das er nun übergehen kann. Die Beispiele können sowohl mündlich, als schriftlich gelös't werden.

Keine Schwierigkeit wird das Auflösen und Zurückführen der Brüche darbieten, weßhalb über diese zwei Operationen weiter nichts angeführt wird.

Diese Vorübungen in der Bruchlehre sind so wichtig, daß wir uns nicht enthalten können, nochmal darauf aufmerksam zu machen und zu ihrer gründlichen Einübung aufzumuntern. Alle künftige Rechnungsarten gründen sich auf diese Vorübungen, und werden ohne diese nicht gelehrt und gelernt werden können. Selbst das Vergrößern der Brüche, das an sich nutzlos zu sein scheint, wird zum wesentlichen Bedürfnisse, wenn mehrere Brüche ohne Veränderung ihres Werthes in Brüche von gleichen Namen verwandelt werden sollen, was eigentlich auch zu den Vorübungen gehört haben würde; allein wir bleiben überall dem Grundsatze getreu: Man solle dem Kinde das, was man ihm lehrt zum Bedürfnisse werden lassen, damit es einsieht, warum dies oder jenes nothwendig ist. Also auch hier; sobald es sich darum handelt, Brüche mit ungleichen Nennern zu addiren, wird der Unterricht über die Gleichstellung der Nenner eingeschaltet.

IV. Stufe.

Zusammenzählen oder Addiren mit Brüchen.

Bei dieser Stufe läßt der Lehrer zuerst die leichten Denk- und Zifferrechnungsbeispiele bearbeiten, welche gleiche Nenner haben und geht dann erst zu jenen über, welche ungleiche Nenner haben. Bei dem Denkrechnen kommen mehrere Beispiele vor, welche verwandte Brüche haben, (siehe Nro. 9. 11. 13. 14.) bei welchen nur der Bruch mit dem kleinern Nenner vergrößert werden darf.

Das Gleichnamigmachen der Brüche mit verschiedenen ungleichen Nennern ist in dem Rechnungsbüchlein nur in der Art vorgetragen, wie es durch das Vergrößern geschieht, weil gerade diese Behandlungsweise dem Verstande am meisten entspricht. Will sich ein Lehrer, was bei ganz schweren Beispielen auch oft erforderlich sein dürfte, an die ältere Form des Gleichnamigmachens durch einen Generalnenner halten, sei es, daß die Brüche in wagrechter oder senkrechter Richtung aufgestellt werden, so wird ihn dies wenig hindern, wenn es nur auf eine Weise dargestellt und erklärt wird, daß die Kinder ihrer Handlungsweise bewußt werden und einsehen, daß es nur ein Vergrößern der Brüche nach einer abgekürzten Art ist, und daß das Theilen mit dem Spezialnenner in den Generalnenner nur die Untersuchung ist, mit welcher Zahl der Bruch vergrößert werden muß.

Die übrige Behandlung der Beispiele ist höchst einfach, und wird von den Kindern bald gefunden werden.

V. Stufe.

Abziehen oder Subtrahiren mit Brüchen.

Das Schwierigste, was bei der Subtraktion der Brüche vorkommt, ist die bei der vorigen Stufe berührte Gleichnamigmachung der Brüche, wenn sie ungleich sind. Wie dies dort schon berührt ist, geschieht es auf mancherlei Weise, wobei bemerkt wird, daß der Lehrer seinen Kindern freien Spielraum lassen möge, nach welcher Art sie die Aufgaben lösen wollen; es ermuntert dies nicht nur zum Nachdenken, sondern steigert auch die Fertigkeit und das Vertrauen auf sich.

VI. Stufe.

Vervielfältigen (Multipliziren) der Brüche.

Obwohl die Multiplikationsbeispiele zu den schwierigern im Bruchrechnen gehören, nicht nur weil die Verhältnisse überhaupt mannigfaltiger werden, sondern auch weil Brüche mit Brüchen multiplizirt das entgegengesetzte Resultat geben, als dasjenige ist, das bei ganzen Zahlen herauskommt; so läßt sich doch über die Anleitung zur Behandlungsweise von Seite des Lehrers wenig sagen, weil der Schüler alle Operationen selbst finden kann. Dies ist besonders dann der Fall, wenn die Schlüsse über den Werth der Brüche gehörig verstanden werden, ja, die Multiplikationen, in welchen der Multiplikator eine ganze Zahl ist, sind dort vollständig enthalten. Sollen aber Brüche mit Brüchen multiplizirt werden, so gibt dies einen doppelten, zusammengesetzten Bruch, einen Bruchsbruch. Z. B. $^1/_3$ mal $^3/_4$ sind $^1/_3/^3/_4$ oder $^3/_{12} = {^1/_4}$. Hiebei werden die Kinder aufmerksam gemacht, daß Zähler und Zähler, und Nenner und Nenner mit einander multiplizirt werden müssen. Daß dies geschehen muß, und daß das Resultat bei dieser Multiplikation der Brüche entgegengesetzt ist, sehen die Kinder ein, wenn man sie etwa auf folgende Art davon überzeugt. Wie viel sind $3 \times {^5/_6}$? Wie viel $2 \times {^5/_6}$? Wie viel $1 \times {^5/_6}$? Was muß wohl mehr sein $1 \times {^5/_6}$ oder $^3/_4 \times {^5/_6}$? Was käme als Resultat heraus, wenn ich bei den letzten zwei Brüchen nur die Zähler multipliziren würde? Kann nun aber $^3/_4 \times {^5/_6} - {^{15}/_6}$ geben, da $1 \times {^5/_6} - {^5/_6}$ gab und das erstere doch weniger sein muß? Womit kann ich nun helfen, oder wie kann man einen Bruch in dem Verhältniß wieder abnehmen machen, wie er durch Vermehrung des Zählers zunimmt? (Durch Vermehrung

des Nenners.) Darf ich aber nicht mit dem Zähler gleich den andern Nenner auch vervielfältigen? Warum nicht? ꝛc.

Hat der Lehrer die Kinder auf diese Art vorbereitet und ihnen auch begreiflich gemacht, daß gemischte Brüche nur eingerichtet werden dürfen, so durchnehme er die Denkrechnungen in dem Büchlein; er wird gewiß wenig Anstand finden und nach diesen lasse er die Zifferrechnungen anfertigen, welches die Kinder von selbst versuchen. Die Lösung der Zifferrechnungen ist in dem Büchlein auf doppelte Art, ohne und nach dem reesischen Ansatze. Beide Arten mag der Lehrer erklären und den Kindern dann selbst überlassen, welche sie sich wählen wollen.

VII. Stufe.

Theilen (Dividiren) mit Brüchen.

Das Theilen der ganzen Zahlen in einen Bruch ist bereits schon vorgekommen bei dem Schlusse über den Werth eines Bruches, und die Kinder haben dort schon einsehen gelernt, daß es auf doppelte Weise geschehen könne, nämlich durch die Theilung des Zählers, oder durch die Vervielfältigung des Nenners. Dies ist wieder in Anregung zu bringen. Eben so leicht ist das Theilen eines Bruches in einen andern, welche beide gleiche Nenner haben. Schwieriger ist die Theilung mit einem Bruche in einen andern, welcher einen verschiedenen Nenner hat. Hier muß der Lehrer die Kinder besonders darauf aufmerksam machen, daß eine Bruchzahl öfter in einer ganzen oder in einer Bruchzahl enthalten ist, als die letztere oder der Dividendus, die Theilungszahl, groß ist; mithin kommt hier wieder ein verkehrtes Resultat zum Vorschein. Z. B. Wie oft ist $1/3$ in 9 enthalten. Aufl. $1/3$ ist in 1 — 3 mal enthal-

ten, mithin in 9 — 27 mal. Soll mit einem Bruche, dessen Zähler mehr als 1 ist, in eine ganze Zahl getheilt werden, so ist es das Sicherste, wenn die ganze Zahl in einen Bruch gleichen Nenners verwandelt wird. Z. B. $^4/_5$ sind in 11 wie oft enthalten? 11 sind $^{55}/_5$; $^4/_5$ in $^{55}/_5$ sind 13 $^3/_4$ mal enthalten. Sind die Kinder sowohl im Denk= als Zifferrechnen geübt, die Brüche unter gleiche Nenner zu bringen, so mögen auch die Theilungen der Brüche in Brüche (gemischte werden hier immer in unechte verwandelt) nach diesem kleinen Umwege geschehen, denn leichter ist immer diese Behandlung zu verstehen, als die Regel: Soll ein Bruch mit einem andern dividirt werden, so multiplizire man den Zähler des Dividends mit dem Nenner des Divisors, und den Zähler des Divisors mit dem Nenner des Dividends, und setze das erste Produkt als Zähler, und das zweite als Nenner des neuen Bruches, welcher der verlangte Quotient ist. Oder: Man muß den Divisor=Bruch stürzen, d. h. den Nenner zum Zähler und den Zähler zum Nenner machen und dann verfahren, wie beim Multipliziren der Brüche. Beide Regeln sind im Grunde eines, bilden aber nicht, wenn sie nicht verstanden werden und haften auch nicht im Gedächtnisse. Vorausgesetzt, die Kinder verstehen den Grundsatz: Je größer der Theiler, oder Divisor ist, desto kleiner ist das Dividir=Produkt oder der Quotient, und je kleiner der Theiler, desto größer das Produkt, und wissen noch vom Werth der Brüche: Wenn ich den Zähler theile oder den Nenner multiplizire, so wird der Bruch getheilt; so werden die obigen Regeln den Kindern etwa auf folgende Weise verständlich gemacht werden können: Z. B. $^3/_5$ Pf. kosten $^7/_8$ fl. wie theuer ist 1 Pf.? Schl. Wenn $^3/_5$ Pf. $^7/_8$ fl. kosten, muß mit $^3/_5$ in $^7/_8$ getheilt werden. — Nun Kinder! saget mir, wie oft sind 3 in $^7/_8$ enthalten? ($^7/_{24}$ mal.)

Solltet ihr aber mit 3 in $^7/_8$ theilen? (Mit $^3/_5$.) Wird $^3/_5$ mehrmal in $^7/_8$ enthalten sein, weil es weniger ist als 3, oder mehrmal?) (mehrmal.) Aber wie vielmal mehrmal? (5 mal mehrmal, weil $^3/_5$ 5 mal weniger ist als 3.) Was müßt ihr jetzt thun, wenn ihr $^7/_{24}$ 5 mal nehmen müßt? (Den Zähler mit 5 multipliziren.) Wie oft sind also $^3/_5$ in $^7/_8$ enthalten? Was habt ihr also bei diesem Beispiele gethan?

Wenn derartige Beispiele öfter wiederholt werden, so mögen die Kinder einsehen, warum jene Regel ihre Richtigkeit hat. Die Zifferrrechnungen können auch sehr leicht auf reesische Art bearbeitet werden, wie die ausgearbeiteten Beispiele Nro. 1. 2. 3. zeigen.

VIII. Stufe.

Beispiele mit mehreren einfachen Grundrechnungsarten mit Brüchen.

Die Kinder haben schon früher solche Beispiele gelös't, und zwar in gleichbenannten, dann in ungleichbenannten Zahlen, und jetzt sollen sie dieses mit Brüchen lernen. Sie dienen zur Einübung der vorhergehenden Rechnungsarten, zur Schärfung des Verstandes, weil die Rechnungsarten ausgeschieden werden müssen, und zur Aufmunterung; darum sei der Lehrer mit der Bearbeitung derselben genau und gehe nicht weiter, ehe sie zur Fertigkeit geworden sind. Wenn sie auch schwer scheinen, so sind sie es in der That nicht, sobald ausgeschieden ist, wie verfahren werden muß; darum lasse der Lehrer in diesen Beispielen die Kinder das Beispiel vorher lesen und ausscheiden, wie viele und welche Rechnungsarten vorkommen und warum. Dies möchte die einzige Bemerkung über die Methodik in dieser Stufe sein.

IX. Stufe.

Multiplikations-Divisionsbeispiele mit Brüchen.
(Regeldetri.)

Was über diese Gattungen von Rechnungsbeispielen gesagt werden kann, ist bereits in dieser Anleitung zum II. Bändchen bei der XI. Stufe gesagt worden; der arithmetische Schluß ist hier wie dort, und die Behandlung der Beispiele ist in Hinsicht der Resolvirungen und Reduktionen ganz dieselbe, sowie die Vergleichung über das Verhältniß der Glieder zu einander; darum möge es uns gestattet sein, dies hier zu übergehen. Was aber diese Beispiele von den vorigen verschieden macht, sind die Brüche, welche hier vorkommen. Sowohl das Denk- als das Zifferrechnen wird durch diese erschwert, besonders wenn sie in zwei oder in allen drei Gliedern vorkommen. Allein auch dieser Berg wird sich wegheben, wenn die Beispiele richtig angeschaut, verglichen und über die Behandlungsweise geschlossen wird. Bei den Denkrechnungen lasse der Lehrer zuerst die Brüche einrichten und dann erst schließen. Z. B. Nro. 1. Wenn 3 Eimer weißen Bieres $5\frac{1}{4}$ fl. kosten; wie theuer sind 18 Maß? Vergl.: Je mehr Maß, desto mehr Geld. Schluß: Wenn 3 Eimer $5\frac{1}{4}$ fl. kosten so kostet 1 Eimer den dritten Theil von $5\frac{1}{4}$ fl.; die Maß den 60sten Theil von diesem Betrage, und 18 Maß kosten 18 mal so viel, als eine. Hier muß zuerst berechnet werden, was 1 Eimer, dann was 1 Maß kostet und dann was 18 Maß kosten. Um die ersten 2 Fragen zu lösen, muß man theilen, zur letzten muß man vermehren. Berechnung: $5\frac{1}{4}$ fl. sind $\frac{21}{4}$ fl., 3 in $\frac{21}{4}$ geht $\frac{7}{4}$ mal. $\frac{7}{4}$ fl. sind 1 fl. 45 kr. Der 60ste Theil von 1 fl. ist 1 kr. und von 45 kr. ist $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$ kr. 18 mal 1 kr. sind 18 kr. und 18 mal $\frac{3}{4}$ kr. sind $\frac{54}{4}$ kr. oder $13\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ kr.; zusammen

31 $\frac{1}{2}$ kr. Nro. 13. In 9 $\frac{1}{4}$ Tagen verdient sich ein Taglöhner 2 fl. 46 $\frac{1}{2}$ kr.; wie viel in 6 Tagen? Vergl. Schluß und Ausweis sind wie im vorigen Beispiele. Berechnung: 9 $\frac{1}{4}$ Tage sind $\frac{37}{4}$ Tg.; 2 fl. 46 $\frac{1}{2}$ kr. sind $\frac{333}{2}$ kr.; 37 in 333 sind 9 mal enthalten; somit verdient einer in $\frac{1}{4}$ Tag $\frac{9}{2}$ kr., in einem ganzen Tage $\frac{36}{2}$ kr. = 18 kr. und in 6 Tagen 1 fl. 48 kr. u. s. w.

Die Anweisung, wie die Zifferrechnungen in dieser Stufe berechnet werden, ist in jedem Lehrbuche enthalten, und auch unser Büchlein enthält 3 ausgearbeitete Beispiele, an welchen sie ersehen werden kann. Nur eines ist hier zu bemerken, daß nämlich der Lehrer seinen Kindern begreiflich mache, daß die Versetzung der Nenner, die bei dem Regeldetri- und reesischen Ansatze statt findet, nichts anderes ist, als die Herstellung der Brüche unter gleiche Namen, besonders im 1ten und 3ten Gliede, und daß im zweiten Gliede der Nenner nur darum versetzt werde, weil sonst nicht Ganze der gleichen Art, sondern Bruchzahlen, dem ursprünglichen Nenner gleich, zum Resultate herauskommen würden.

X. Stufe.

Zinsrechnungen.

Die Zinsrechnungen sind nichts anders, als Multiplikations- Divisionsbeispiele, so lange sie nur aus 3 Gliedern bestehen, mithin einfach sind, und machen durchaus keine Schwierigkeit. Verwickelter sind die zusammengesetzten Beispiele, die hier das erste Mal vorkommen, weil hier statt 3, nun 5 und mehre Glieder in der Aufgabe vorkommen, die alle auf das Mehr und Minder des Faktums wesentlich einwirken, wie es die Vormerkung in dem Büchlein S. 51 beweiset. Jeder Lehrer wird bei dem Beginne der Zinsrechnungen

nicht versäumen, seinen Kindern zu erklären, was Gläubiger, Schuldner, Kapital, Zeit, Zins, Prozent oder Zinsfuß rc. sei, denn gerade deßhalb sind diese Rechnungen in einer eigenen Stufe abgehandelt; nun wiederholt er diese Erklärungen wieder und sagt, daß zur Hervorbringung des Zinses zwei Bedingungen auf einmal vorkommen können, die denselben vermehren oder vermindern, nämlich Kapital und Zeit; oder daß, wenn nach der Zeit gefragt werde, Kapital und Zins nothwendig angegeben sein müssen, daraus entstehen aber Rechnungen mit 5 Gliedern, welche anstatt auf zweimal, auf einmal ausgearbeitet werden können, und deßwegen zusammengesetzte heißen.

Zur Einleitung in die zusammengesetzten Rechnungen kann der Lehrer mit seinen Kindern beiläufig folgende Unterredung anstellen: Kinder! wenn ich sage: 100 fl. tragen 4 fl. Zins; wie viele Gulden Zins tragen 80 fl.? wie viele Sätze (in sprachlicher Beziehung) habe ich ausgesprochen? (Antw. Zwei.) Wie heißt der erste? Wie der zweite? Was für eine Satzart ist beim ersten Satze? (Erzählende, oder man kann gleich darauf hindeuten, bedingende.) Welche beim zweiten? (Fragende.) Darum können wir den ersten Satz wie nennen? Und den zweiten? Wie viele Glieder (Zahlen) enthält der erste, wie viele der zweite Satz? Wie kann ich nun diese Rechnung nennen, die drei bekannte, und ein unbekanntes Glied hat? Nun höret aber folgendes Beispiel: 100 fl. K. tragen in 3 Jahren 12 fl. Zins; wie viele Gulden Zins tragen 800 fl. in 8 Jahren? Wie viele Sätze sind da? Welches ist der Bedingungssatz? Welches der Fragesatz? Wie viele Glieder sind im ersten Satze? Wie viele im zweiten? Wie viele bekannte sind in beiden? Was für eine Rechnung mag dies nun sein? Welche Rechnungen nennt man zusammengesetzte? Nun schreibt mir einmal die drei

Glieder des Bedingungssatzes auf die Tafel nebst den Namen! Jetzt schreibt Gleiches unter Gleiches, auch die Glieder des Fragesatzes! Welche Stelle ist noch leer? Diese soll mit x bezeichnet werden. Jetzt kommt die Vergleichung; weil wir aber 5 Glieder zum vergleichen haben, so wird auch diese erweiterter, als bei einfachen Sätzen. Das Maß, an welchem alle Glieder verglichen werden, ist das Frageglied, welches ist es? Wie wird jetzt verglichen? Wie verhalten sich also die andern Glieder zum Frageglied? Seht! weil alles gerade ist, so kommen 2 Glieder vom Bedingungssatze (nach dem Regeldetri-Ansatze,) in den vordern, das einfache Glied im Bedingungssatze in den hintern Satz u. s. w. Beim reesischen Ansatze wird die Frage links, sowie beide Bedingungsglieder und beide Glieder des Fragesatzes mit der Fragezahl rechts gesetzt. — Ein Ansatz ist hier nothwendig, weil die verschiedenen Glieder ohne solchen zu zerstreut würden; einen bessern Ueberblick gewährt der Regeldetri-Ansatz, wenn etwa gefehlt worden wäre; und wenn auch bei ihm der Vorder- von dem Mittel- und Nachsatze durch einen Strich getrennt und verkleinert wird, wie das berechnete Beispiel zeigt, so ist die Berechnung auch eben so kurz, wie bei dem reesischen, ungeachtet, daß jener einleuchtender ist, weil er nicht so viele dunkle Regeln voraussetzt.

Eine ähnliche Behandlung erleiden auch die ganz verkehrten und gemischten Beispiele; nur ist zu bemerken, was auch im Rechnungsbüchlein Seite 53 angeführt ist, daß die verkehrten Glieder ausgetauscht werden müssen, welche am Vorbereitungsansatze gleich erkannt werden, da sie bei dem Vergleichen mit v. bezeichnet worden sind. Nach dem Austausche wird das Beispiel als gerades behandelt. — Bei dem reesischen Ansatze kommen vom Bedingungsatze alle Glieder (die

verkehrten ausgenommen) auf die linke Seite, und das Frageglied und alle Glieder des Fragesatzes kommen, wenn sie in geradem Verhältnisse stehen, auf die rechte Seite. — Die im Büchlein ausgearbeiteten Beispiele werden diese Bestimmungen noch anschaulicher machen.

XI. Stufe.

Zusammengesetzte gerade, verkehrte und vermischte Beispiele.

Die Denkrechnungen zu dieser Stufe sind ungeachtet ihrer Leichtigkeit immer schwierig zu berechnen; weil die vermehrten Glieder leicht verwirren; deßhalb sollen sie aber doch ausgearbeitet werden, denn sie treiben zum Nachdenken und gründlichen Verstehen der vorkommenden Verhältnisse auch beim Zifferrechnen. Was das Zifferrechnen betrifft, so ist der nämliche Vorbereitungsansatz, wie er vorher bei den zusammengesetzten Zinsrechnungen beschrieben worden ist, anzurathen, indem er eine vollständige Uebersicht über das Ganze gewährt, den Ansatz erleichtert und das Verhältniß der gegenseitigen Glieder in ein genaues Licht stellt. Die Kinder haben hier nicht nöthig, die Bestimmungen über Ursache und Wirkung zu merken, was ihnen sehr zu gut kommt, denn sie sind meistens schwer auszuscheiden und verwirren sehr leicht. Die Ausarbeitung des 3ten Zifferrechnungs-Beispieles konnte nicht auf eine Zeile gebracht werden, der vielen Ansätze wegen, was berücksichtiget werden mnß; die mit * bezeichneten Glieder sind jene, welche ausgetauscht wurden.

XII. Stufe.

Gesellschaftsrechnungen.

Die Gesellschaftsrechnungen sind zu allgemein bekannt, als daß über ihre Behandlung dem Lehrer viele Weisungen gegeben werden sollten. Das Büchlein selbst enthält in den Anmerkungen die Behandlungsweise derjenigen Beispiele, welche von der schon bekannten Berechnungsart eine Ausnahme machen. Diese Anmerkungen möge der Lehrer erklären und den Kindern begreiflich machen, entweder durch forschende Fragen oder erläuternde Erklärungen, damit sie nicht blindlings dieselben beobachten, und nicht verstehen, was sie thun. Die Erklärungsgründe sind sehr leicht, und werden hier umgangen.

XIII. Stufe.

Theilungsrechnungen.

Die Theilungsrechnungen sind jene Beispiele, in denen ein Ganzes nach einem ungleichen, bestimmten Verhältnisse getheilt werden soll. Es ist hiebei nicht gerade nöthig, daß das Theilungsverhältniß durch Zahlen ausgedrückt werde, es kann dies auch mit Worten geschehen, in welchem Falle willkürliche Zahlen angenommen werden müssen, um die gegebenen Verhältnisse zu bestimmen. Sind die Theile, nach welchen ein Ganzes getheilt wird, nicht genau angegeben, so müssen sie zuerst gesucht werden; wenn sie dann vorhanden sind, wird das Beispiel gleich einer Gesellschaftsrechnung behandelt. Wenn ein Theil eine gewisse Summe mehr oder weniger zum Voraus erhält, so muß dieses, wie es in der Anmerkung heißt, entweder bei- oder abgerechnet werden. Schon der Verstand gibt hierüber Aufschluß, der Lehrer darf ihn nur in Anspruch nehmen.

XIV. Stufe.

Vermischungsrechnungen.

Die Vermischungsrechnungen haben viele Aehnlichkeit mit den Gesellschafts- und Theilungsrechnungen, denn es kommen bei allen diesen mehrere Dinge in Betracht, welche verhältnißmäßig vertheilt werden sollen. Diese Rechnungen sind aber an sich verschieden; man gibt entweder den Werth zweier Dinge, die gemischt werden sollen und die Größe des durch die Mischung entstandenen Ganzen, an, und läßt die Größe der zur Mischung nöthigen Dinge bestimmen; oder man gibt den Werth und die Größe der einzelnen Dinge an und läßt daraus den Werth eines bestimmten Maßes des ganzen Gemisches suchen; oder man gibt den Werth und das Quantum des ganzen Gemisches und einzelne zur Mischung genommene Dinge bis auf ein einziges an, und läßt den Werth dieses suchen; oder endlich kommen hier Beispiele vor, in denen nur der Werth des einzelnen Gemisches und der Werth und das Quantum des Ganzen gegeben sind und man muß das Quantum beider oder aller zur Mischung genommenen Dinge suchen. Z. B. Nro. 14 — 20. Die Berechnung dieser Beispiele scheint am schwierigsten, weil zwei unbekannte Glieder vorkommen und der Ansatz mangelhaft zu sein scheint, und es auch wirklich so lange ist, bis der Durchschnitt bestimmt ist. Bei Nr. 14 ist der Durchschnitt des gemischten Bieres schon gegeben, nämlich 4 kr. und das Beispiel selbst gelös't; wir bearbeiten daher Nro. 15. Ein Schmied verfertiget eine Waldsäge von 7 Pf. aus Eisen und Stahl für 4 fl. 12 kr. Das Pf. Stahl kostete 48 kr., das Pf. Eisen 12 kr.; wie viel Eisen und Stahl war daran? Nun, Kinder! hier wißt ihr euch nicht zu helfen. Was wißt ihr schon in diesem Beispiele? (Was die

Säge wiegt, was sie kostet, und was das Pf. von dem Stahle und dem Eisen kostet.) Wißt ihr auch schon den Durchschnittspreis des Pfundes an der Säge? Wie läßt sich dieser suchen? (Wenn man 7 in 4 fl. 12 kr. theilt.) Wie theuer ist also das Gemisch im Durchschnitte? (36 kr.). Was müßt ihr jetzt suchen, da ihr des gemischten Pfundes Werth wisset um ein Verhältniß zu bekommen? (Den Unterschied zwischen dem Werthe des Gemisches und zwischen Stahl und Eisen.) Welcher Unterschied ist zwischen dem Gemische und dem Stahl? (12 kr.) Welcher ist zwischen dem Gemische und dem Eisen? (24 kr.) Welches Verhältniß findet also zwischen Stahl und Eisen statt? (Sie verhalten sich, wie 12 zu 24.) Wie viel ist dies zusammen? (36.) Wenn also die Säge 36 Pf. gewogen hätte, wie viel wäre von der einen, und wie viel von der andern Sorte daran? (Von der einen 12 und von der andern 24.) Das Verhältniß ist nun richtig und die Berechnung leicht, denn bei 36 Pf. müßte man von einer Sorte 12 Pf. nehmen, wie viel muß man bei 7 Pf. nehmen? das habt ihr bald; aber welche Sorte habt ihr dann gefunden, den Stahl oder das Eisen? Da rathet ihr nur, wenn ihr nicht vergleichet. Bedenkt also: Wie hoch ist der Werth der Säge? Wie schwer ist sie? Wie theuer ist der Stahl? Wie theuer das Eisen? Hätte der Schmied auch zum nämlichen Gewichte, und um den nämlichen Preis so viel Stahl zu der Säge nehmen können, wenn er nochmal so theuer gewesen wäre? Dann würde der Unterschied noch viel größer gewesen sein, und je größer der Unterschied ist, desto mehr oder desto weniger darf man nehmen? (Desto weniger.) Bei welcher Sorte ist hier der Unterschied größer, bei dem Stahle oder bei dem Eisen? (Bei dem Eisen.) Von welchem muß also weniger genommen werden? Welche Sorte wäre also oben berechnet

worden? Von welcher Sorte zu 36 Theile sind 24 zu nehmen? Warum? Wer kann mir jetzt dieses Beispiel kurz berechnen? — Dieses Beispiel wurde so weitläufig dargestellt, um zu zeigen, wie die ganze Bearbeitung verdeutlicht werden kann. Kürzer ist die Berechnung von Nro. 16. Z. B. Ein Schweizer verkaufte 3 ¼ Ztnr. Käse für 65 fl. Dabei war nun guter, das Pf. zu 18 kr. und geringerer, das Pf. zu 10 kr.; wie viele Pf. waren von jeder Sorte dabei? Berechnung: Wenn 3 ¼ Zentner 65 fl. kosteten, so kostete 1 Pf. 12 kr. Der Unterschied vom guten macht mithin 6, vom geringern 2 kr. — Je mehr Unterschied, desto weniger von dieser Sorte war dabei, mithin waren vom guten 2 und vom geringern 6 Theile beigegeben. Der 8te Theil von 3 ¼ Ztnr. sind 40 ⅝ Pf. 2 mal 40 ⅝ Pf. sind 81 ¼ Pf. vom bessern; und 6 mal 40 ⅝ Pf. sind 243 ¾ Pf. vom geringern. — Die Probe zu diesen Rechnungen erhält man, wenn der Betrag der herausgekommenen Sorten berechnet und zusammengezählt wird, wodurch der allgemeine Preis zum Vorscheine kommen muß.

XV. Stufe.

Tauschrechnungen.

Nicht immer wird eine Waare mit Geld, sondern auch mit einer andern Waare bezahlt; daraus entsteht ein Tausch und die Berechnung der Waaren im Geldanschlage, welcher Theil den Vortheil habe, und demnach hinausbezahlen müsse, gibt die Tauschrechnung. Die Beispiele dieser Art bestehen meistens aus 2 oder mehreren Multiplikationsbeispielen und einer Subtraktion 2c. und sind darum nichts anderes, als Beispiele mit verschiedenen Rechnungsarten, welche herauszufinden der Lehrer veranlassen soll. Nur nach dem Ket-

tenansatze sind solche Beispiele oft auf einmal zu lösen möglich, worüber der Lehrer beliebig aufmerksam machen kann. So z. B. hieße das erste Ziffer-Rechnungs-Beispiel im Kettenansatze: a. Wie viel ist auf 1 fl. 40 kr. zu schlagen, wenn auf 16 fl. 2 fl. 40 kr. geschlagen werden? b. Wie viele Ellen Tuch bekommt man für 3 Eimer Wein, wenn 1 Eimer 18 $^{2}/_{3}$ fl. kostet und für 1 $^{19}/_{30}$ fl. eine Elle gegeben wird? u. s. w.

Auf den Umstand ist hier besonders aufmerksam zu machen, daß nicht selten die Waare im Handel theurer angesetzt wird, als im Verkaufe gegen baares Geld, darum wurden diese Beispiele als eine besondere Art aufgeführt.

XVI. Stufe.

Gewinnst- und Verlurstrechnungen.

Auch diese Rechnungsbeispiele gleichen den Gesellschaftsrechnungen, besonders die Conkursrechnungen; allein sie wurden besonders aufgeführt, weil besondere Benennungen und Umstände Erklärungen nothwendig machen, die noch in keiner Stufe vorgekommen sind. Z. B. der Gewinn- und Verlurst-Prozent. Auch hier tritt bei der Kettenregel eine wesentliche Abkürzung ein, da für die Berechnung des Prozents kein eigener Ansatz nothwendig ist. Z. B. Nro. 1. heißt im Ketten-Ansatze: a. Wie theuer sind 87 Häute im Verkaufe, wenn eine Haut im Einkaufe 7 $^{1}/_{2}$ fl. kostet und 100 fl. Einkauf 115 fl. Verkauf geben? b. Wie theuer ist dann eine Haut im Verkaufe?

Das Beispiel Nro. 3. wird nach dem Kettenansatze berechnet: Wie theuer ist 1 Zentner, wenn 6 $^{3}/_{4}$ Ztnr. 607 $^{1}/_{2}$ fl. im Verkauf kosten, 115 fl. Verkauf 100 fl. Einkauf geben? u. s. w.

So wäre nun das durchgearbeitet, was ein Schüler in seinem künftigen Berufe brauchen dürfte. Sehr gut wäre es, wenn der Lehrer noch Zeit hätte, eine Anzahl von Rechnungsbeispielen in verschiedenen Arten, die also nicht unter den treffenden Titeln aufgeführt, sondern vermischt, bald eine Gesellschaftsrechnung, bald eine Zinsrechnung, vorkommen, bearbeiten ließe, da es doch immer eine Erleichterung für die Schüler ist, wenn sie in der geordneten Reihe und unter dem gehörigen Titel die Rechnungsbeispiele finden. Allein eine solche Sammlung von Beispielen würde das Büchlein zu sehr vergrößert haben.

Verzeichniß der im dritten Bändchen in der ersten Auflage vorkommenden Druckfehler, welche man zu verbessern bittet.

Seite	Zeile	soll stehen	statt
4	v. u. 1.	12 fl. 8 Kr.	11 fl. 30 Kr.
8	v. o. 2.	4 Krthlr.	3 Krthlr.
12	v. u. 7.	$^{648}/_{1144}$	$^{648}/_{1104}$
13	v. u. 2.	31 Kr.	51 Kr.
17	v. o. 7.	15 $^{307}/_{360}$ Loth.	13 $^{479}/_{720}$ Lth.
50	v. u. 16.	3 $^{3}/_{20}$	3 $^{9}/_{20}$.
65	v. u. 13.	8 St.	9 $^{1}/_{8}$ St.
70	v. u. 7.	A 4 Tg.	11 Tg.
74	v. o. 14.	B 7 Loth	17 Lth.
75	v. o. 19.	D 1530 fl.	1500 fl.
78	v. u. 2.	15 $^{85}/_{181}$ fl.	15 $^{55}/_{181}$ fl.
81	v. o. 14.	48 fl.	49 fl.
82	v. u. 10.	3 mal	2 mal.
85	v. o. 11.	$^{1}/_{3}$	$^{1}/_{2}$
86	v. u. 6.	49 $^{5}/_{7}$ Kr.	47 $^{5}/_{7}$ Kr.
87	v. o. 9.	1325 $^{1}/_{3}$	1315 $^{1}/_{3}$.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Hindelang, Franz Josef,

Die Behandlung des Rechnungsunterrichts oder Anweisung über den Gebrauch der Denck- und Zifferrechnungsbeispiele

Kempten 1839

Math.p. 219 xd
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082013-0